

Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad
Tecnológica
del Perú

Factorización I

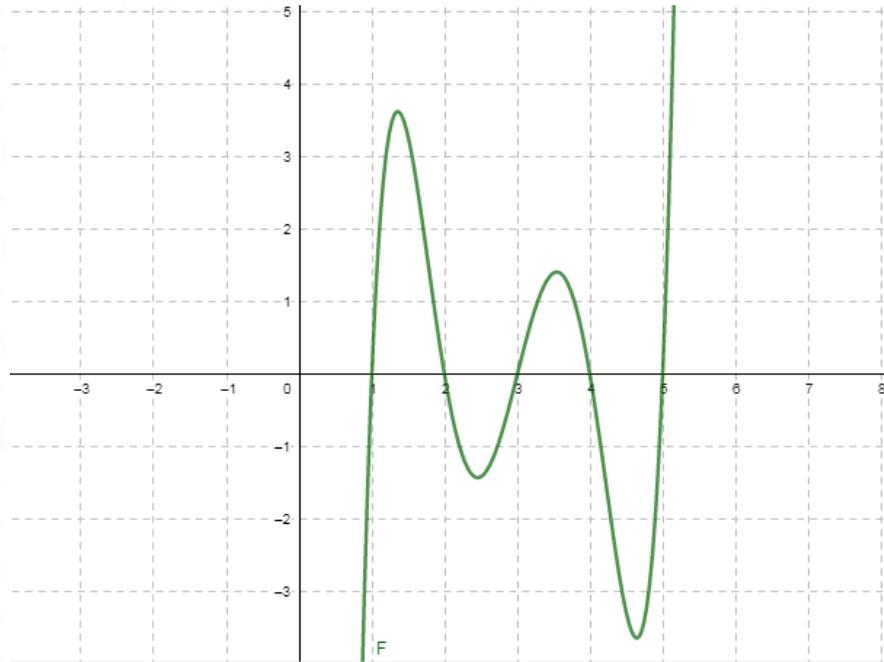
MCD y MCM – Fracciones algebraicas



Universidad
Tecnológica
del Perú

Calcular el valor de la función para $x = 5$

$$f(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120$$



Calcular para $x = 5$

24 operaciones

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$$

10 operaciones

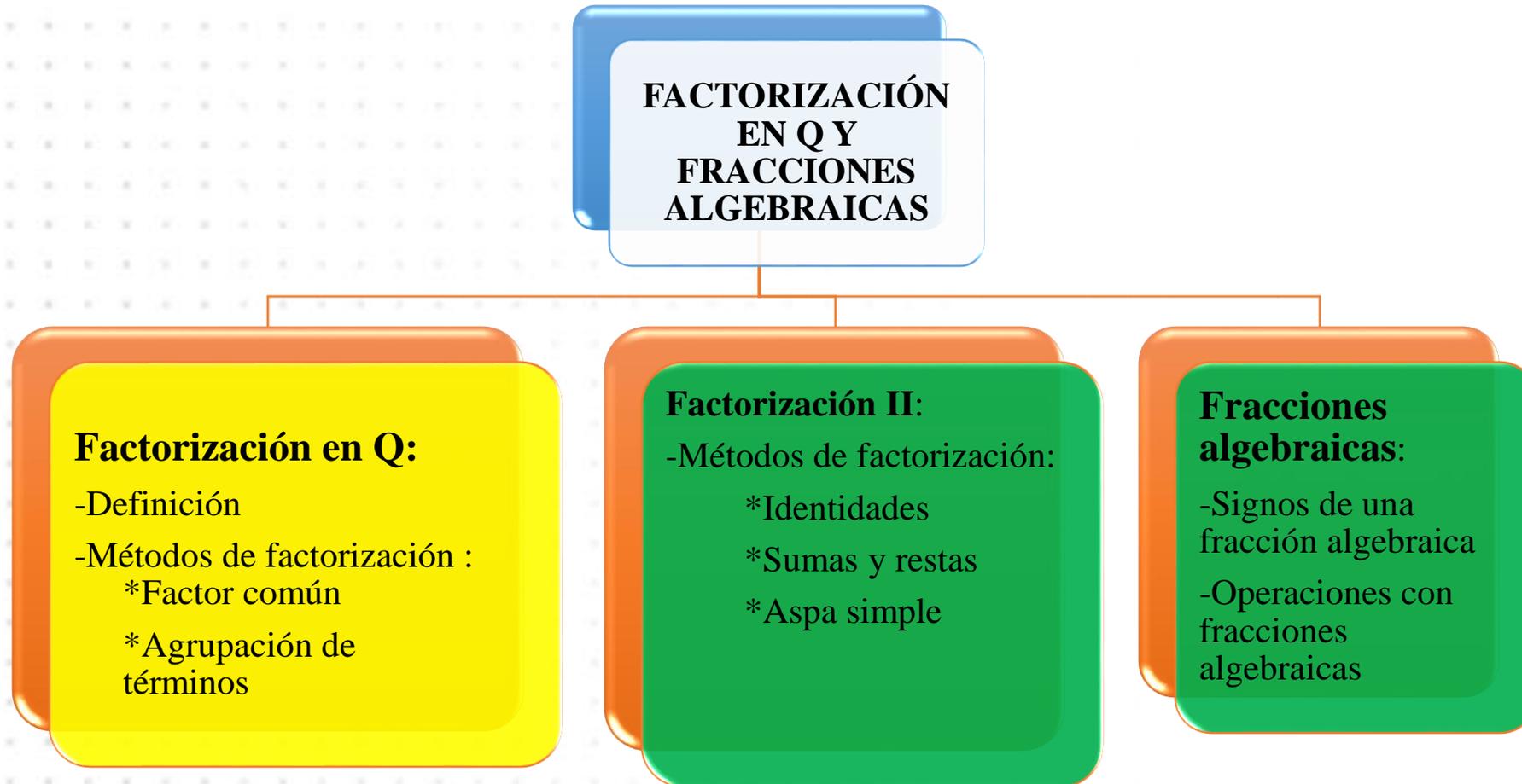


Para los procesadores de ordenador, un menor número de operaciones significa una mayor velocidad de procesamiento y menor consumo de energía.

LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante será capaz de factorizar un polinomio algebraico, distinguiendo los diferentes casos que se presentan y que se utilizan en la resolución de problemas.

ESQUEMA DE LA UNIDAD



Factorización en \mathbb{Q}

Es el proceso que consiste en transformar un polinomio racional entero en una multiplicación de dos o más polinomios de grados mayores o iguales a uno, llamado factores.

Y si estos factores no se pueden descomponer en más factores se les denomina **factores primos** (Es aquel factor algebraico irreducible en \mathbb{Q}).

Ejemplo



$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$$

$$(x + 1)(x + 3) \xrightarrow{\text{multiplicación}} x^2 + 4x + 3$$

$$x^2 + 4x + 3 \xrightarrow{\text{factorización}} (x + 1)(x + 3)$$

Número de Factores primos

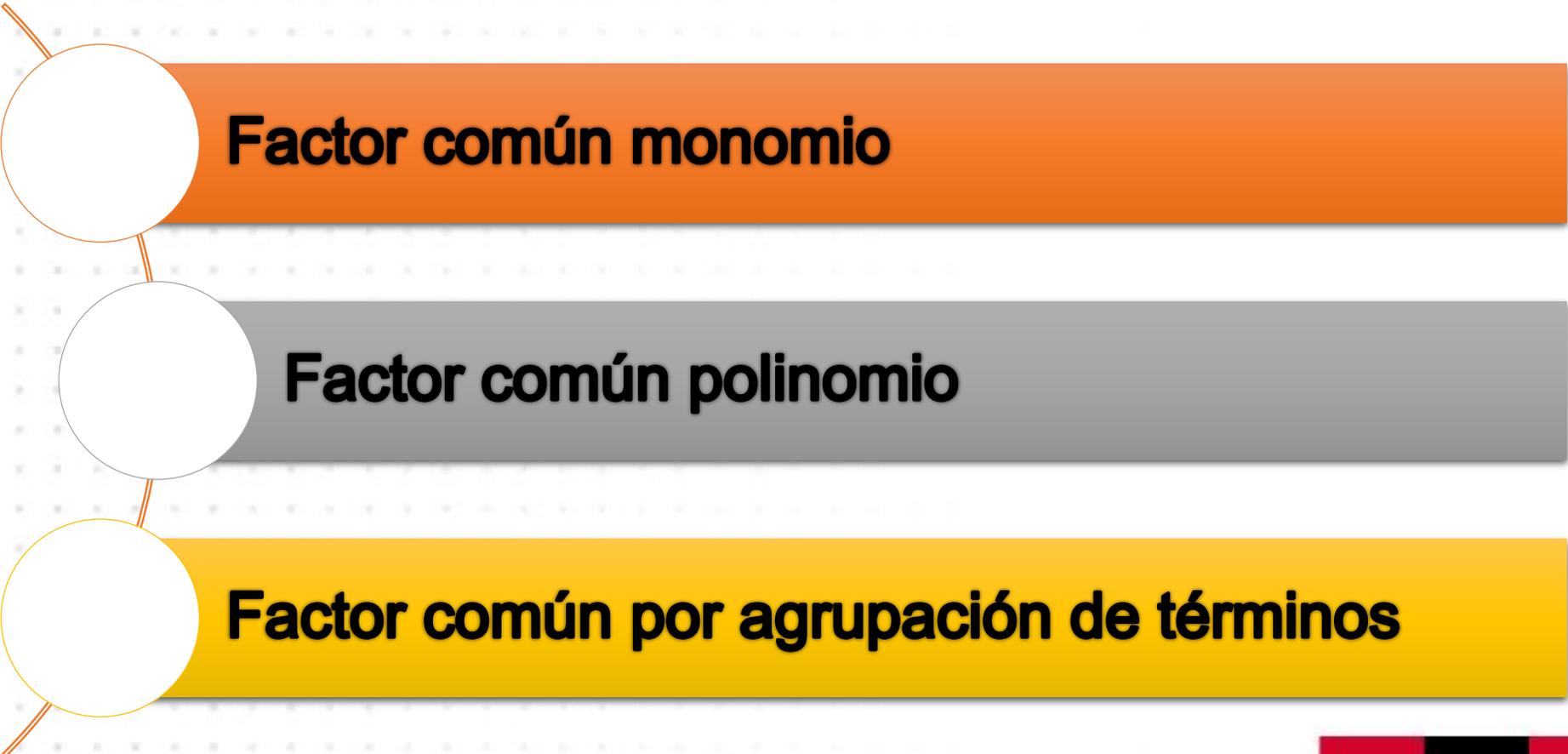


Los factores primos están separados por multiplicaciones, al haber factorizado la expresión algebraica, estos factores primos deben cumplir con la propiedad de no poder ser factorizados.

Ejemplos

POLINOMIO FACTORIZADO	# DE FACTORES PRIMOS
$P(x, y, z) = (x + y)(x - y)z^2x^3$	
$P(x, y, z) = x^2y^3w^5$	
$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)x^4$	
$P(x) = (x - 2)(x + 3)(x - 4)x$	
$P(x, y) = x^3y^4(x - 2)(x - y)$	
$P(x, y, z) = (xyz)^2$	
$P(x) = x^3(x^4 + 1)$	
$P(x, y, z) = (x + y)(x + y)(y + z)xyz$	
$P(x, y) = (x + a)(y + b)(x + b)(y + a)$	

Métodos de Factorización



Factor común monomio

Factor común polinomio

Factor común por agrupación de términos

Factor común monomio

Factor común monomio es el monomio cuyo coeficiente es el máximo común divisor de los coeficientes del polinomio dado y cuya parte variable esta formada por las variables comunes con su menor exponente.

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN MONOMIO COMÚN
$P(x, y) = 15x + 25y$	$P(x, y) = 5(3x + 5y)$
$P(x) = abx^2 - acx$	$P(x) = ax(bx - c)$
$P(x) = 2x^2 - 4x + 6x^3$	$P(x) = 2x(x - 2 + 3x^2)$
$P(x, y) = x^2y^3 - x^4y + x^3y^3$	$P(x, y) = x^2y(y^2 - x^2 + xy^2)$
$P(x, y) = 5x^3y^4 - 3x^4y^5 + 2ax^5y^5$	$P(x, y) = x^3y^4(5 - 3xy + 2ax^2y)$

Factor común polinomio

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POLINOMIO COMÚN
$(a - 2)x^2 + (a - 2)$	$(a - 2)(x^2 + 1)$
$y^2(x + y - z) + m^2(x + y - z)$	$(x + y - z)(y^2 + m^2)$
$x^4(2a - 5b) + x(2a - 5b) - 5(2a - 5b)$	$(2a - 5b)(x^4 + x - 5)$
$a(p + q) + b(p + q) + c(p + q)$	$(p + q)(a + b + c)$
$a(a + b - c) + c(a + b - c) + b(a + b - c)$	$(a + b - c)(a + c + b)$

Factor común polinomio es un polinomio que se repite como factor en cada uno de los términos de un polinomio.

Factor común por agrupación de términos

Cuando TODOS los términos de un polinomio no tienen la misma parte variable, se agrupa los términos que si lo tienen y se hallan los respectivos factores comunes.

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN
$m^2y^2 - 7xy^2 + m^2z^2 - 7xz^2$	$(y^2 + z^2)(m^2 - 7x)$
$5a - 3b - 3bc^5 + 5ac^5$	$(1 + c^5)(5a - 3b)$
$6x^3 - 1 - x^2 + 6x$	$(1 + x^2)(6x - 1)$
$7mnx^2 - 5y^2 - 5x^2 + 7mny^2$	$(x^2 + y^2)(7nm - 5)$
$d^2m^2 - 13c^2n - d^2n + 13c^2m^2$	$(m^2 - n)(d^2 + 13c^2)$

Ejercicios explicativos

1. Indique el número de factores primos:

$$F(a, b) = 23a^9b^3 + 45a^6b^7$$



Solución

Empezamos una factorización simple, utilizando sus coeficientes y la parte literal que se repita con menor exponente:

$$F(a, b) = 23a^9b^3 + 45a^6b^7$$

$$F(a, b) = a^6b^3(23a^3 + 45b^4)$$

Podemos apreciar una multiplicación de tres factores primos, los cuales ya no se pueden reducir por lo tanto: **FACTORES:**

$$a^6; b^3; 23a^3 + 45b^4$$

El polinomio F, posee tres factores primos.

Ejercicios explicativos

2. Señale los factores primos de segundo grado: $G(x; y) = x(1 - y^2) + y(1 - x^2)$



Solución

Primero operamos:

$$G(x; y) = x - xy^2 + y - x^2y$$

Ahora ordenamos y factorizamos:

$$G(x; y) = x - x^2y + y - xy^2$$

$$G(x; y) = x(1 - xy) + y(1 - xy)$$

Factorizamos nuevamente: $G(x; y) = (1 - xy)(x + y)$

Tenemos un factores de grado absoluto igual a 2: $1 - xy$

Desaprende lo que te limita
por lo tanto el polinomio G, posee un factor primo de segundo grado.

Ejercicio reto



Indicar el número de factores primos luego de factorizar la siguiente expresión

$$P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

Gracias