

Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad
Tecnológica
del Perú

PRODUCTOS NOTABLES. DIVISIÓN ALGEBRAICA

DIVISIÓN ALGEBRAICA I



Universidad
Tecnológica
del Perú

Se quiere construir una carretera que una los puntos A y B, para ello se desea conocer cuál es la distancia horizontal que hay entre dichos puntos.



LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante resuelve divisiones algebraicas utilizando el método de Ruffini.



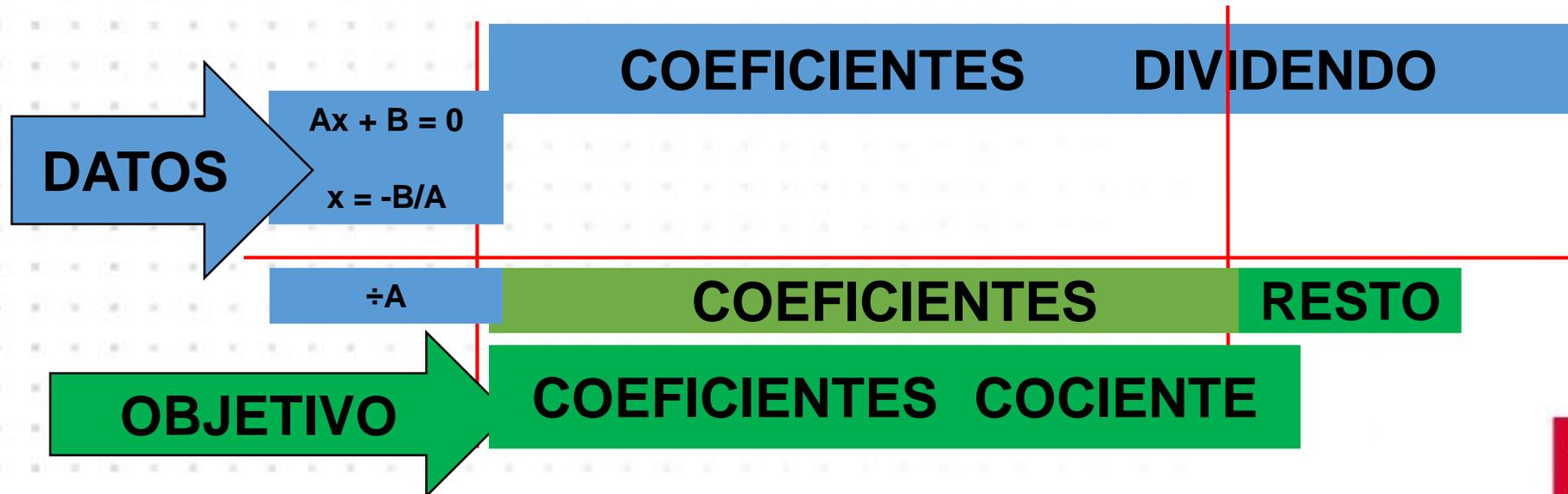
Esquema de la unidad



Método de Ruffini

Es un caso particular del Método de Horner. Se aplica para dividir un polinomio $D(x)$ entre un divisor $d(x)$, que tenga o adopte la forma lineal:

$$d(x) = Ax + B, \quad A \neq 0$$



Procedimiento

Ejemplo: Hallar el cociente y el resto de dividir

$$\frac{8x^4 + 10x^3 - x + 5}{4x - 3}$$

$$D(x) = 8x^4 + 10x^3 - x + 5 = 8x^4 + 10x^3 + 0x^2 - x + 5$$

$$d(x) = 4x - 3$$

1° Colocamos los coeficientes del dividendo y el divisor (completos y ordenados)

$4x - 3 = 0$	8	10	0	-1	5
	↓				
$x = 3/4$		6	12	9	6
x	8	16	12	8	11
$\div 4$	2	4	3	2	

Nota: La cantidad de lugares que tiene el residuo es igual a la unidad; es decir, igual al grado del divisor.

Por tanto: $q(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$
 $r(x) = 11$

Teorema del resto

Nos permite hallar el resto de una división, sin efectuarla:

Enunciado:

En toda división de la forma $\frac{P(x)}{Ax + B}$, el residuo es igual al valor numérico de $P(x)$.

Es decir:

$$\frac{P(x)}{Ax + B} \Rightarrow \text{Resto} = P\left(-\frac{B}{A}\right)$$

Procedimiento

Hallar el resto en: $\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x + 2}$

Solución: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

1° El divisor se iguala a cero

$$d(x) = x + 2 = 0 \quad \longrightarrow \quad x = -2$$

2° Se elige una variable conveniente y se despeja esta variable.

En nuestro caso: $x = -2$

3° La variable elegida se busca en el dividendo para reemplazarlo por su equivalente, luego se realizan las operaciones indicadas y obtenemos el resto.

$$\begin{aligned} R &= P(-2) \\ R &= (-2)^3 - 3(-2)^2 + 3(-2) - 1 \\ R &= -8 - 12 - 6 - 1 \\ R &= -27 \end{aligned}$$

Recuerda:
«R» es el resto, en consecuencia la respuesta es -27.

Ejercicios explicativos

1. Calcular el residuo al dividir:

$$\frac{x^3 + 2x^2 - \frac{x}{2} - 0,5}{2x + 1}$$

Solución

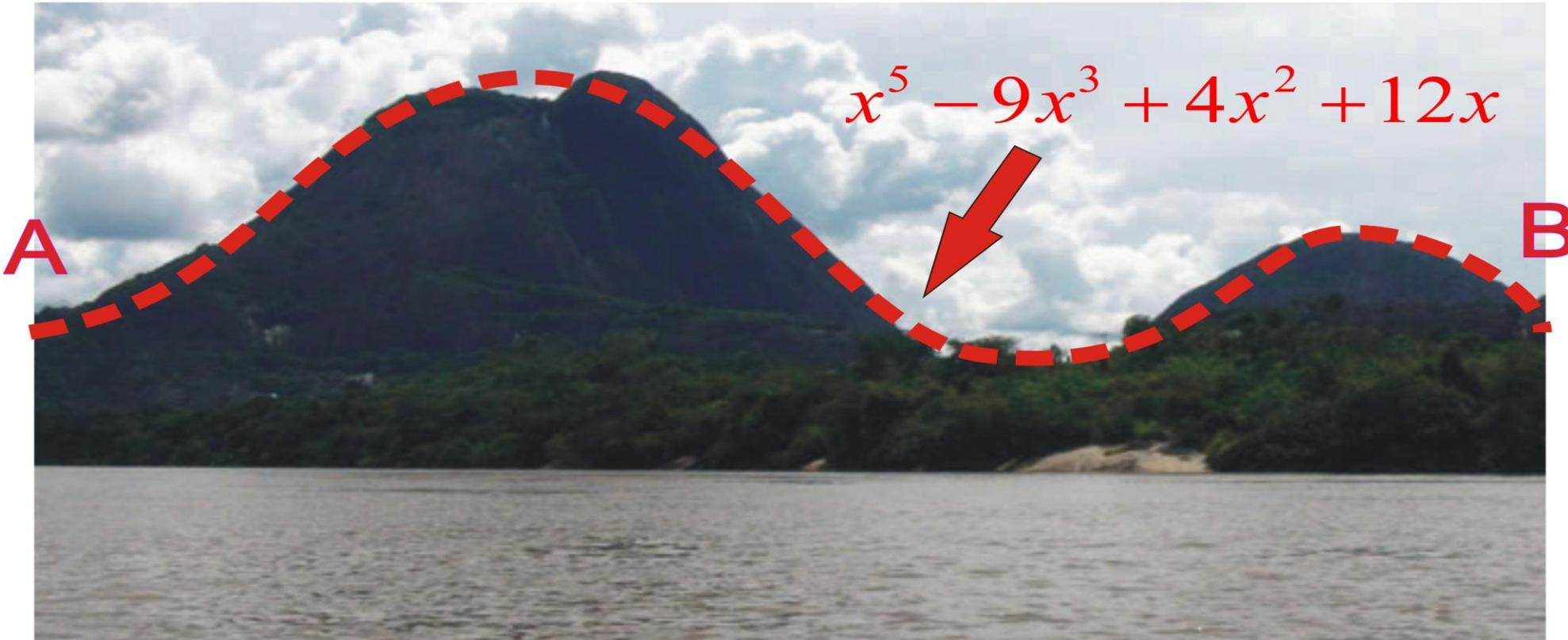
Resolvemos:

2	1	+2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
-1		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$

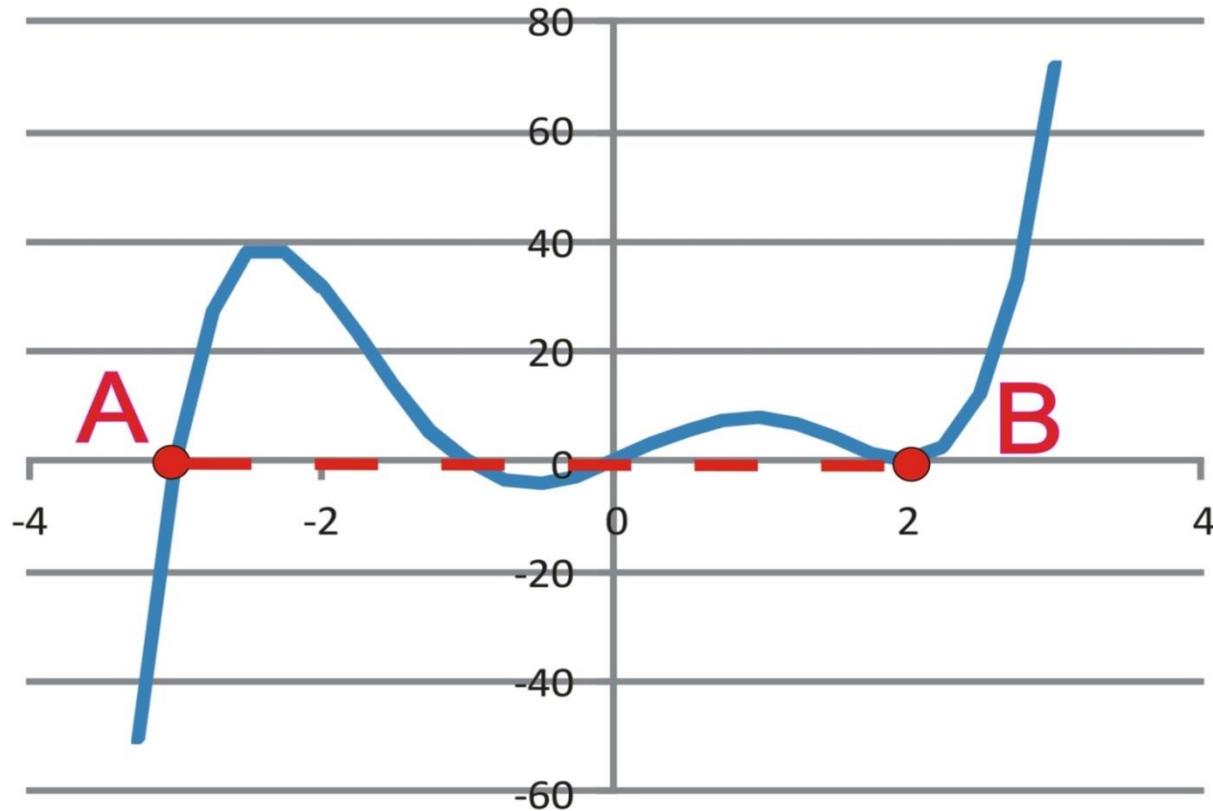
El residuo es: $\frac{1}{8}$

3. Se quiere construir una carretera que una los puntos A y B, para ello se desea conocer cuál es la distancia horizontal que hay entre dichos puntos.

Ajustamos la forma de los cerros que unen los puntos A y B a una forma polinomial de grado 5. Los coeficientes están expresados en kilómetros.

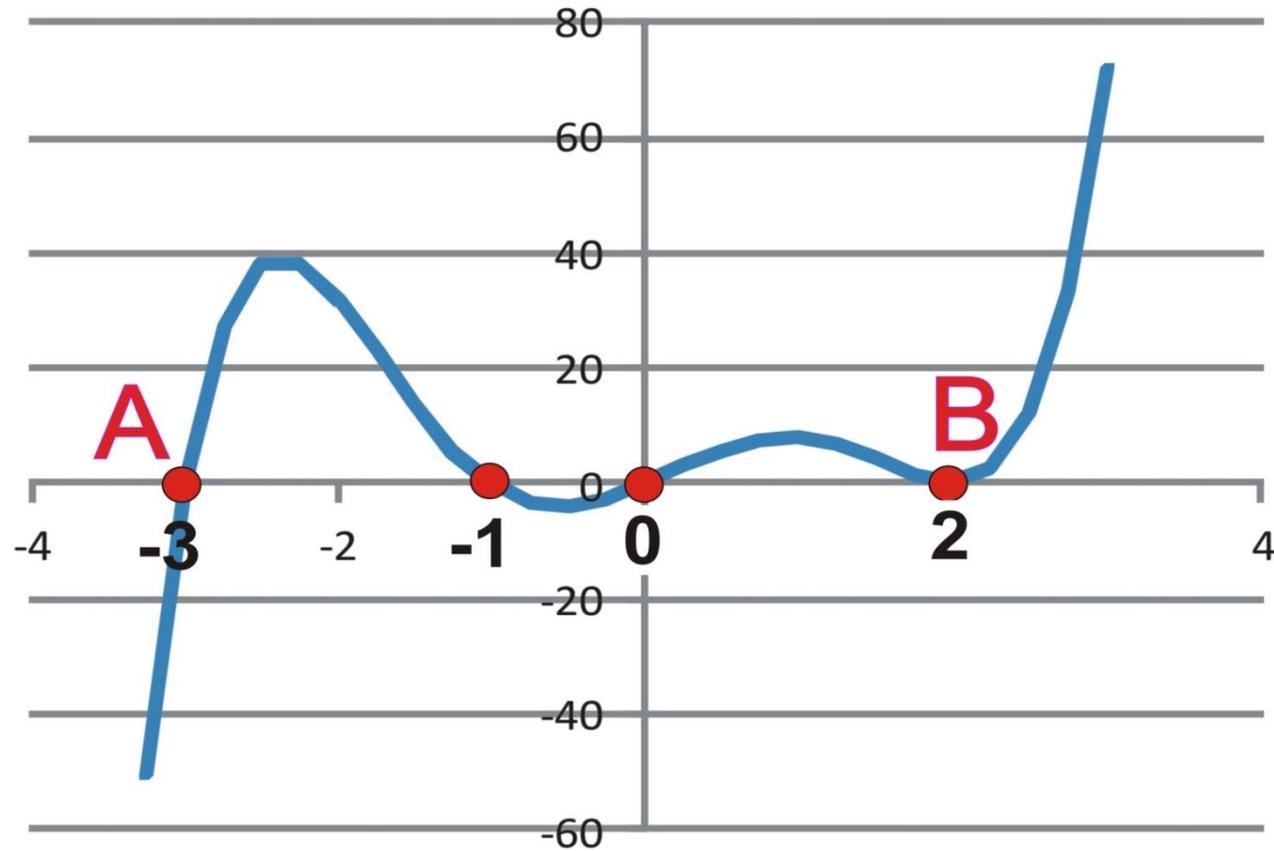


$$P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$$



Tenemos que encontrar los puntos de corte de $P(x)$ con el eje X , para ello se tiene que encontrar los valores de X que hagan $P(x) = 0$, es decir, se tiene que factorizar el polinomio e igualar a cero cada factor.

$$P(x) = x(x+1)(x-2)(x-2)(x+3)$$



La distancia horizontal que hay entre
A y B es de $2 - (-3) = 2 + 3 = 5$ km

Ejercicio reto

$$\frac{4x^2 + 2x^3 + 3x + 2}{x + 2}$$

Gracias