

# Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

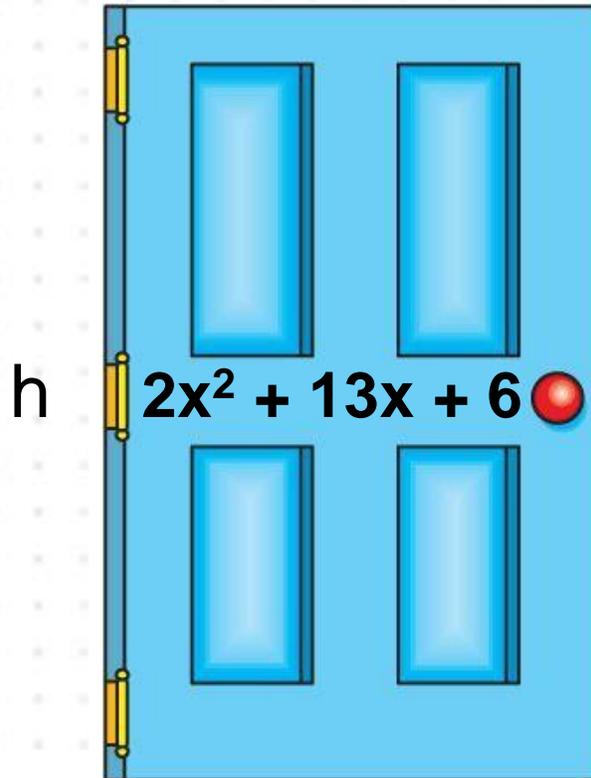
# Factorización en $\mathbb{Q}$

MCD y MCM – Fracciones algebraicas



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

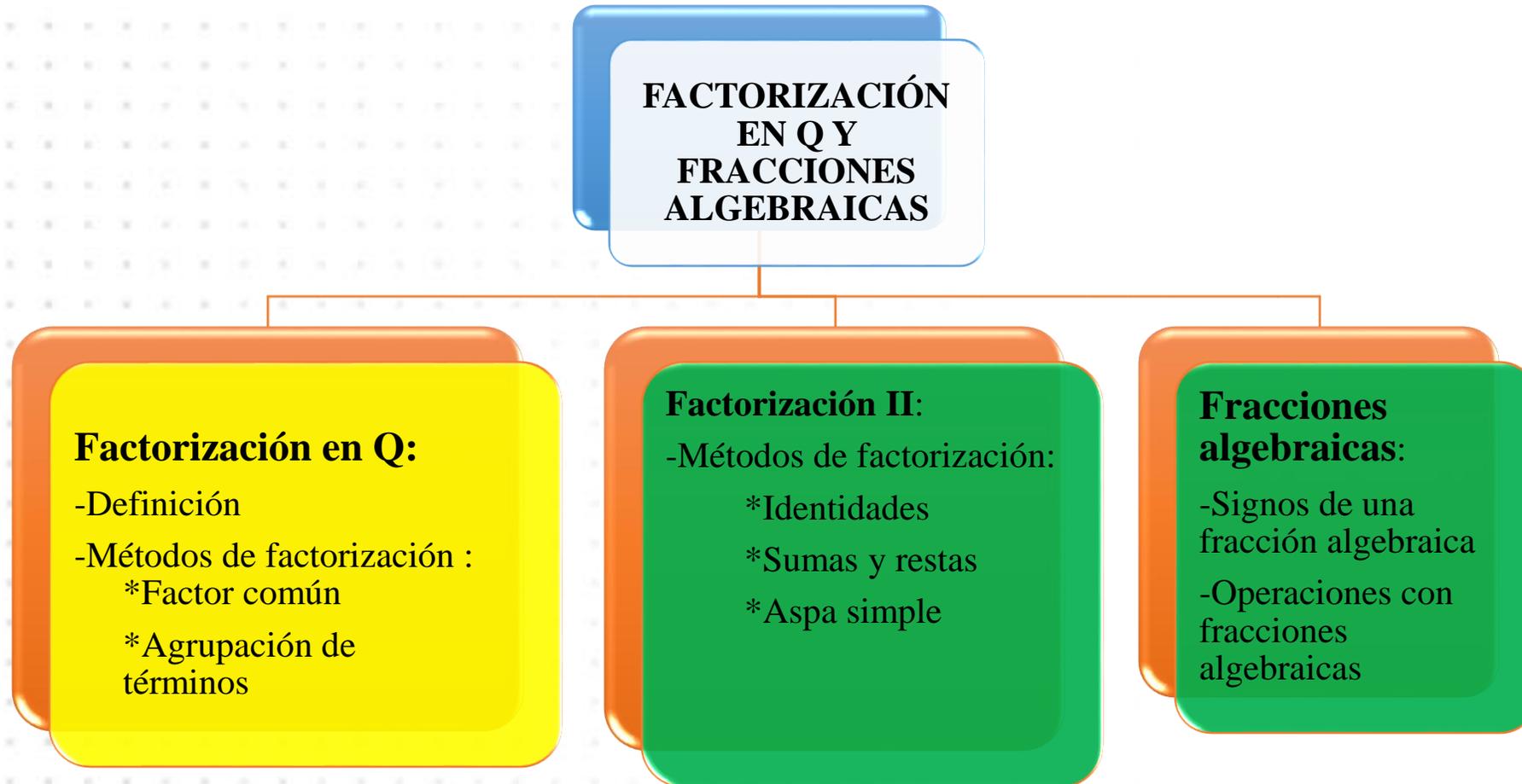
Si el área de una puerta es  $(2x^2+13x+6)$  metros y el ancho mide  $(2x+1)$  metros. ¿Cuánto mide su altura?



## **LOGRO DE LA SESIÓN**

**Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante identifica el MCD y MCM y los aplica en la resolución de fracciones algebraicas.**

# ESQUEMA DE LA UNIDAD



# Máximo Común Divisor (MCD)

El Máximo Común Divisor de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica cuyo coeficiente es el MCD de los coeficientes de los polinomios dados, y cuya parte variable está conformada por los factores primos comunes elevados al menor exponente.

$$A = 15(x + 3)^3 (x - 2)^2 (x + 4)^5$$

$$B = 10(x - 5)^2 (x + 3)^2 (x + 4)^6$$

$$\text{MCD}(A, B) = 5(x + 3)^2 (x + 4)^5$$



# Mínimo Común Múltiplo (MCM)

El Mínimo Común Múltiplo de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica cuyo coeficiente es el MCM de los coeficientes de los polinomios dados, y cuya parte variable está conformada por todos los factores primos comunes elevados al mayor exponente y todos los factores primos no comunes.

$$A = 6(x + 3)^2 (x - 2)^5 (x + 1)^2$$

$$B = 10(x + 3)^3 (x + 4)^2 (x - 2)^2$$

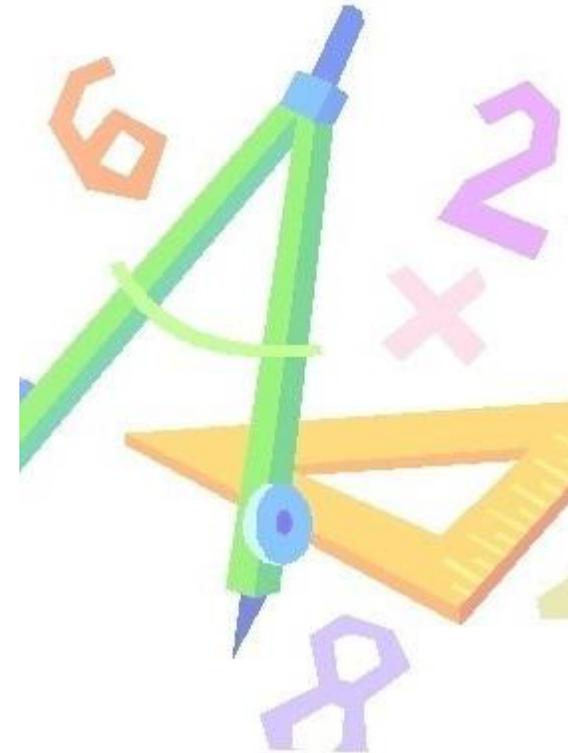
$$\text{MCM}(A, B) = 30(x + 3)^3(x - 2)^5(x + 4)^2(x + 1)^2$$



# Fracción algebraica

Una fracción algebraica es igual que una fracción común, excepto que las variables se encuentran en el denominador.

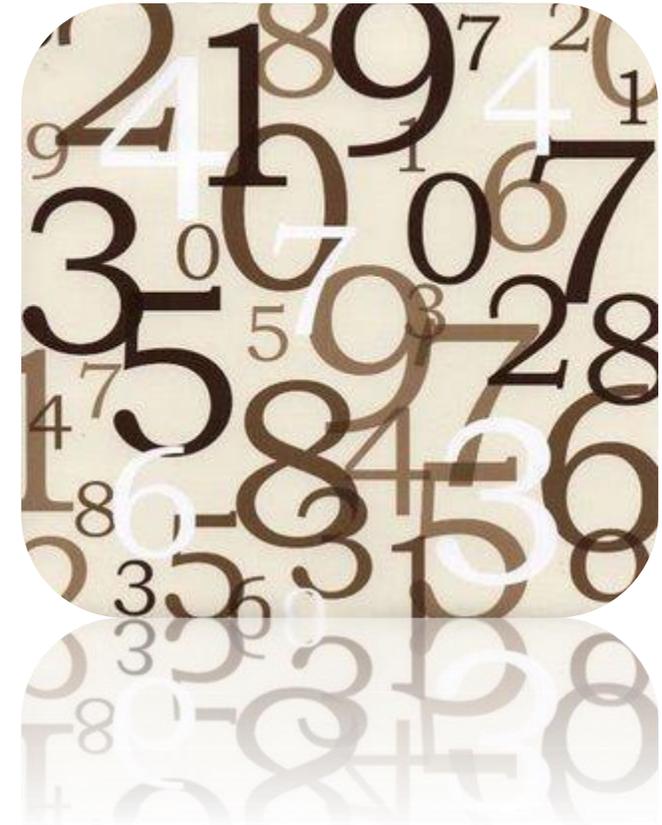
$$\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} \quad b \neq 0$$



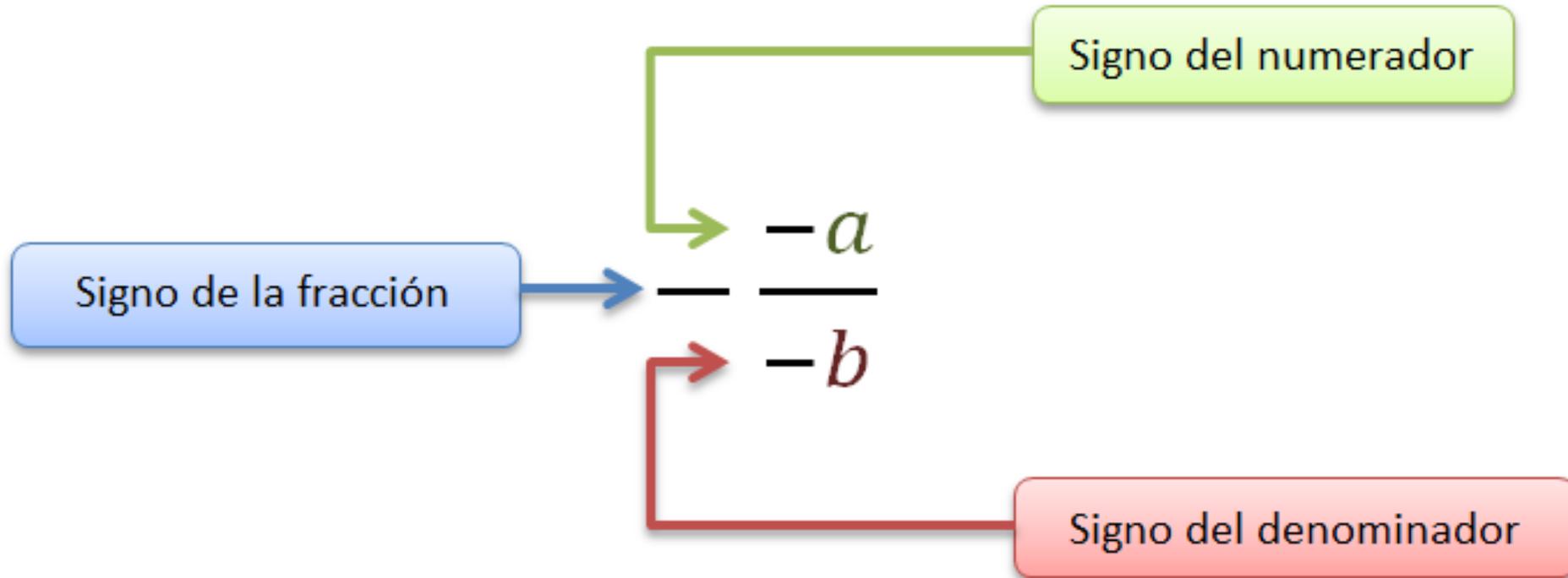
## Reglas a seguir

Las mismas que las fracciones aritméticas

NO VARIA el valor de la fracción si se multiplica el numerador y denominador por una misma cantidad(distinta de cero).



# Signos de una fracción



# Signos de una fracción

## EJEMPLO

$$-\frac{3}{5} = \frac{-3}{5} = \frac{3}{-5}$$

En estos tres casos se representa la misma fracción negativa pero de formas diferentes.

$$-\frac{x-1}{x-3} = \frac{1-x}{x-3} = \frac{x-1}{3-x}$$

## Simplificación de una fracción algebraica

Consiste en transformarla en su equivalente , cuya peculiaridad es el ser irreducible:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x - 1)(x + 2)}{(x + 3)(x + 2)} = \frac{(x - 1)}{(x + 3)}$$

*Se deduce además que “x” no puede ser “3” ni “-2”, porque produciría un denominador cero.*

# Suma y resta de fracciones

MISMO  
DENOMINADOR

DISTINTO  
DENOMINADOR

## Mismo denominador

Al tener mismo denominador, los denominadores se unifican, dejando el ejercicio de forma normal, como numerador.

$$\frac{2x - 1}{x + 1} - \frac{x - 1}{x + 1} + \frac{x}{x + 1} = \frac{2x - 1 - (x - 1) + x}{x + 1} = \frac{2x}{x + 1}$$

## Distinto denominador

Para este caso utilizaremos el mínimo común múltiplo, el cual nos permitirá encontrar un denominador común para estas fracciones:

$$\frac{2}{5ab} - \frac{5}{a^2} \Rightarrow M.C.M.(5ab - a^2) = 5a^2b$$

$$\frac{2}{5ab} - \frac{5}{a^2} = \frac{2a - 5(5b)}{5a^2b} = \frac{2a - 25b}{5a^2b}$$



# Multiplicación de fracciones

Para cualquier fracción  $\frac{a}{b}$ , que esta multiplicada por otra  $\frac{c}{d}$ , entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:  $\left(\frac{2x}{x+1}\right) \left(\frac{5}{x-1}\right) = \frac{2x \cdot 5}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{10x}{x^2-1}$

# División de fracciones

Para cualquier fracción  $\frac{a}{b}$ , que esta dividida por otra  $\frac{c}{d}$ , entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{d}{c}\right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo:  $\left(\frac{2x}{x+1}\right) \div \left(\frac{5}{x-1}\right) = \frac{2x \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot 5} = \frac{2x^2 - 2x}{5x+5}$

# Fracciones compuestas

Una fracción compuesta contiene una o varias fracciones simples en el numerador y/o denominador.

La operación de reducción de fracciones compuestas consiste en identificar y reducir las fracciones simples que la componen

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

## Ejercicios explicativos

1. En las siguientes expresiones indicar el MCM y MCD.

$$P(x, y) = (x - 2)^3 (x - 1)^7 (x - y)$$

$$Q(x, y) = (x + y)^9 (x - y)^5 (x - 1)^4$$

### Solución

El Máximo Común Divisor es la expresión algebraica conformada por los factores primos comunes elevados a los menores exponentes:

$$MCD = (x - 1)^4 (x - y)$$

El Mínimo Común Múltiplo es la expresión algebraica conformada por todos los factores primos y los comunes se toman los mayores exponentes.

$$MCM = (x - 2)^3 (x - 1)^7 (x - y)^5 (x + y)^9$$



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# Ejercicios explicativos

2. Simplificar:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$$

## Solución

Factorizamos el numerador y el denominador, aplicándoles aspa simple:

$$\underbrace{x^2 + x - 2}_{\substack{x \\ x}} = \underbrace{(x-1)}_{-1} \underbrace{(x+2)}_2$$

$$\underbrace{x^2 + 5x + 6}_{\substack{x \\ x}} = \underbrace{(x+3)}_3 \underbrace{(x+2)}_2$$

Ahora reemplazamos en la

fracción:  $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+3)(x+2)}$



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

De esta manera también se comprueba que:  $x \neq -2, x \neq -3$

Eliminamos el término que se

repite:  $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} = \frac{x-1}{x+3}$

## Ejercicio reto

1. Efectuar:

$$\frac{7}{x-2} - \frac{5}{x+4}$$

# Ejercicio reto

2. Determinar el MCD en:

$$A = x^2 - 9$$

$$B = x^2 - 6x + 9$$

**Gracias**