

# Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# PRODUCTOS NOTABLES. DIVISIÓN ALGEBRAICA

## PRODUCTOS NOTABLES II



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

## **LOGRO DE LA SESIÓN**

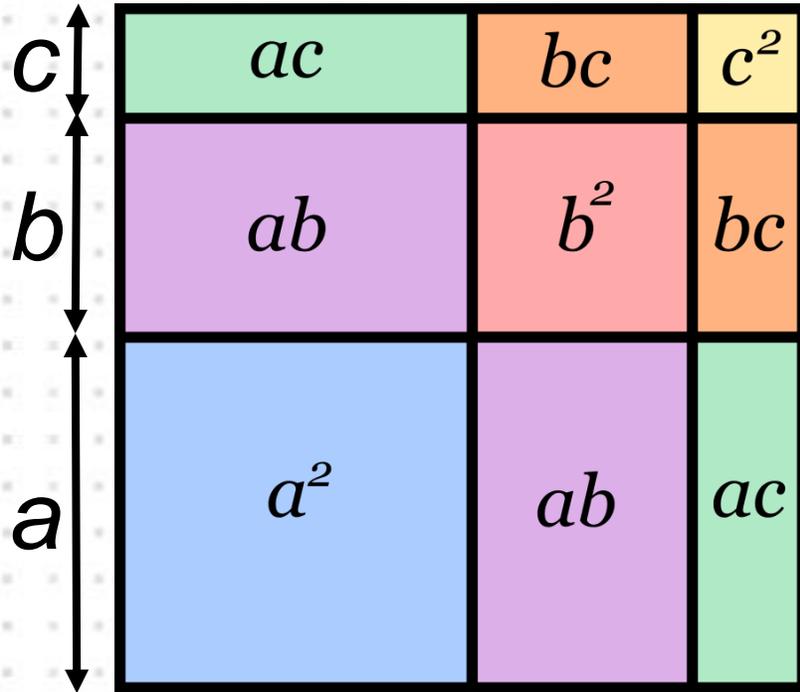
**Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante reconoce y aplica conceptos de binomio al cuadrado y diferencia de cuadrados en la resolución de ejercicios y problemas.**



# Esquema de la unidad



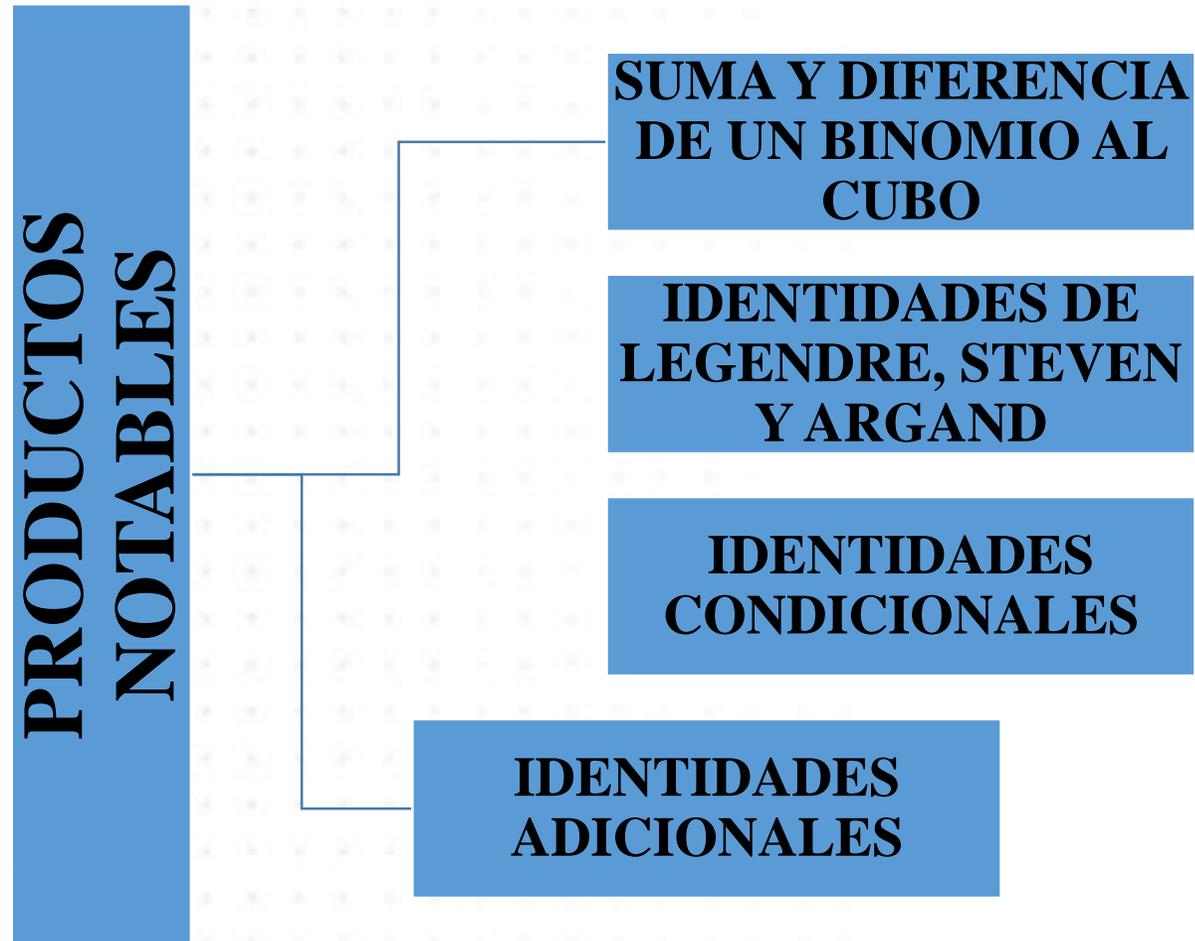
## Importancia de los productos notables



Los productos notables tienen sus aplicaciones en el cálculo de áreas de una determinada figura.

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

# Productos notables II



## Suma y Diferencia de un binomio al cubo

$$\begin{aligned}(x + y)^3 &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\ &= x^3 + 3xy(x + y) + y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - y)^3 &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \\ &= x^3 - 3xy(x - y) - y^3\end{aligned}$$

Por ejemplo:

- $(x+4)^3 = x^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$
- $(x-1)^3 = x^3 - 3(x)^2(1) + 3(x)(1)^2 - 1^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

# Identidades de LEGENDRE, STEVEN Y ARGAND

## ❖ Identidad de Legendre

$$(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

### EJEMPLOS:

$$1) (x + 7)^2 + (x - 7)^2 = 2(x^2 + 7^2) = 2(x^2 + 49) = 2x^2 + 98$$

$$2) (x + 5)^2 - (x - 5)^2 = 4(x)(5) = 20x$$

# Identidades de LEGENDRE, STEVEN Y ARGAND

## ❖ Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ac)x + abc$$

### EJEMPLOS:

$$1) (x + 2)(x - 9) = x^2 + (2 - 9)x + (2)(-9) = x^2 - 7x - 18$$

$$2) (x + 1)(x + 3)(x + 5) = x^3 + (1+3+5)x^2 + [(1)(3)+(3)(5)+(1)(5)]x + (1)(3)(5) \\ = x^3 + 9x^2 + 23x + 15$$

# Identidades de LEGENDRE, STEVEN Y ARGAND

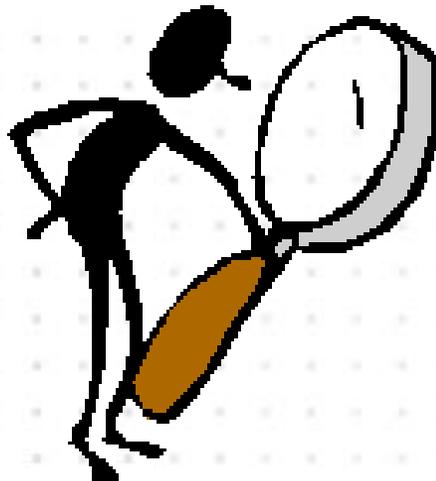
## ❖ Identidad de Argand

$$(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^4 + x^2y^2 + y^4$$
$$(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$$

## EJEMPLO:

$$(x^2 + 11x + 11^2)(x^2 - 11x + 11^2) = x^4 + (11^2)(x^2) + 11^4$$
$$= x^4 + 121x^2 + 14641$$

# Identities conditionales



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b+c)(ab+ac+bc) - 3abc$$

Si  $a+b+c=0$

Se cumple:

$$a^2 + b^2 + c^2 \equiv -2(ab+ac+bc)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 \equiv 3abc$$

Si:  $a^2 + b^2 + c^2 \equiv ab + ac + bc$

Donde:  $a, b, c \in \mathbf{R}$

Se demuestra que:

$$a = b = c$$

# Identidades adicionales

## ❖ Suma y diferencia de cubos

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$



# Ejercicio explicativo

1. Efectuar:

$$(x + 2)(x - 2) + (\sqrt{x} + 2)(2 - \sqrt{x})(x + 4)$$

## Solución

Aplicamos la identidad de: “Suma por su diferencia”:

$$(x + 2)(x - 2) + (2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})(x + 4)$$

$$x^2 - 2^2 + (2^2 - \sqrt{x}^2)(x + 4)$$

Resolvemos las potencias

$$x^2 - 4 + (4 - x)(4 + x)$$

Aplicamos nuevamente la identidad:

$$x^2 - 4 + 4^2 - x^2$$

Finalmente resolvemos:

$$x^2 - x^2 - 4 + 16 = 12$$

## Ejercicios reto

1) Reducir:

$$M = (x + 1)(x^2 + x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1) + 1$$

Rpta:  $x^6$

2) Si:  $x + \frac{1}{x} = 5$

Calcular:  $E = x^2 + \frac{1}{x^2}$

Rpta: 23

**Gracias**



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**