Nivelación de Matemáticas para Ingeniería

Universidad Tecnológica del Perú

GEOMETRÍA

VOLÚMENES

Universidad Tecnológica del Perú

LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el alumno resuelve problemas con autonomía y seguridad, cuya solución requiera del uso de conceptos de volúmenes.

Universidad Tecnológica del Perú

ESQUEMA DE LA UNIDAD

GEOMETRÍA

ÁREAS (GEOMETRÍA I)

- PERÍMETRO
- ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

VOLÚMENES (GEOMETRÍA II)

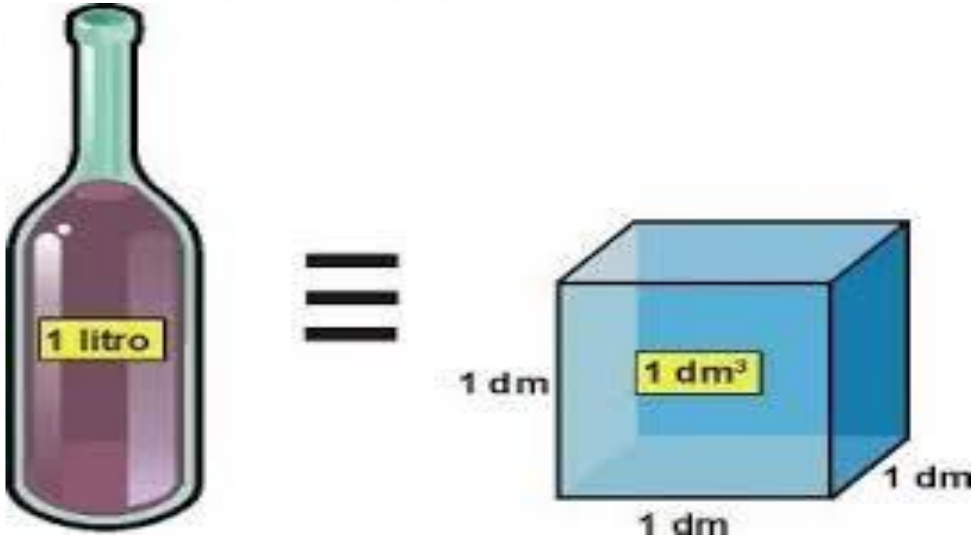
- VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Universidad Tecnológica del Perú

VOLUMEN

El volumen es una magnitud escalar definida como el espacio ocupado por un cuerpo.

Unidades de volumen: mm^3, dm^3, cm^3, m^3, pie^3, etc.



VOLUMEN

Veamos el espacio interior que ocupa un líquido en algunos cuerpos geométricos.

PARALEPIPEDO

PRISMA REGULAR: Es el prisma recto cuyas bases son polígonos regulares.

- **Paralelepípedo.-** Es el prisma cuyas bases son paralelogramos.

- **Paralelepípedo rectángulo u ortoedro**.- Es aquel paralelepípedo recto cuyas bases son rectángulos.

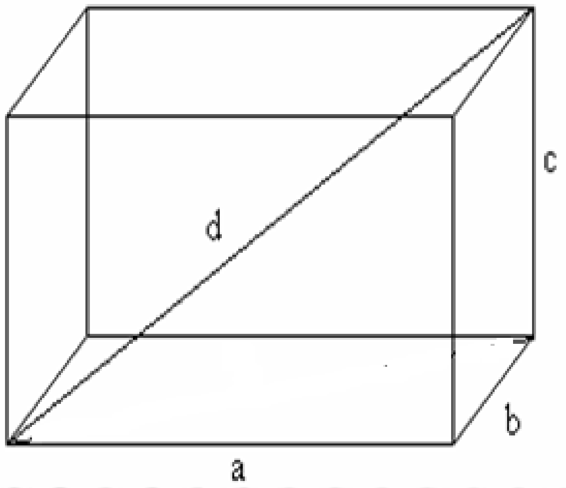
$$\boxed{d^2 = a^2 + b^2 + c^2}$$

d = diagonal

$$\boxed{V = a.b.c}$$

V = volumen

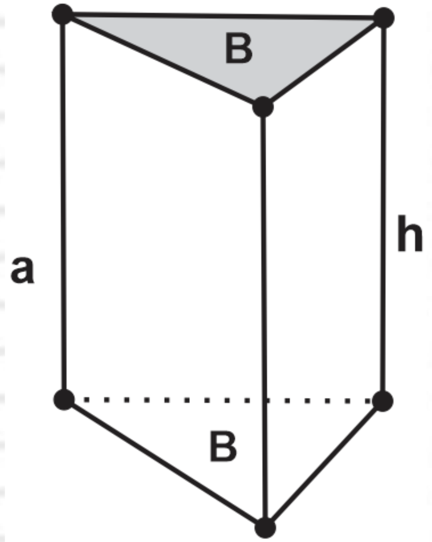
$$\boxed{\text{Area Total} = 2(ab + bc + ac)}$$



PRISMAS

PRISMA: Es un sólido cuyas bases son polígonos congruentes contenidos en planos paralelos. Todas las caras laterales son paralelogramos.
La distancia entre las bases se llama altura.

- **Prisma Recto.-** Las aristas laterales son perpendiculares a las bases. Las caras laterales son rectángulos.



A_L = *(Perímetro de la base) x altura*
A_T = *Al + 2(área de la base)*
V = (área de la base) x altura

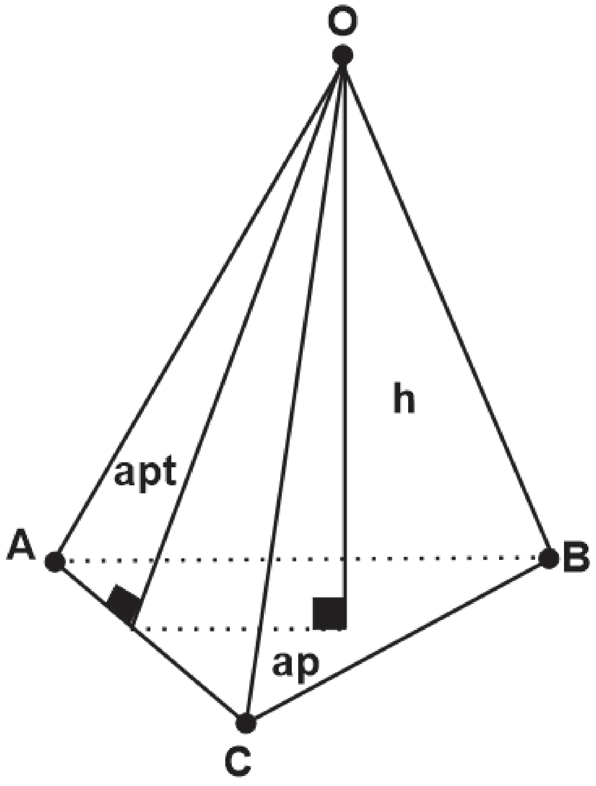
a = arista lateral	A_L *= área lateral*
h = altura	A_T *= área total*
a = h	*V = volumen*

Universidad Tecnológica del Perú

PIRÁMIDE

- **PIRÁMIDE:** Es el sólido cuya base es una región poligonal y sus caras laterales son regiones triangulares que tienen un vértice común. La distancia del vértice a la base se llama altura.

- **PIRÁMIDE REGULAR.-** La base es una región poligonal regular y todas sus caras laterales son triángulo isósceles congruentes.

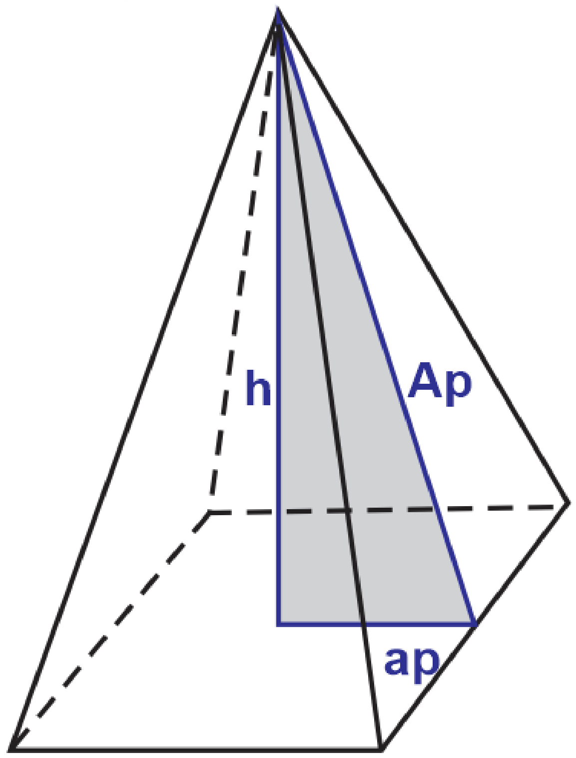


A_L = *semiperímetro de la base por la apotema*
$A_T = A_L$ + *Área de la base*
$V = \frac{1}{3}$ *(área de la base) x altura*

PIRÁMIDE

- La apotema lateral de una pirámide regular es la altura de cualquiera de sus caras laterales.

- Calculamos la apotema lateral de la pirámide, conociendo la altura y la apotema de la base, aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo sombreado.

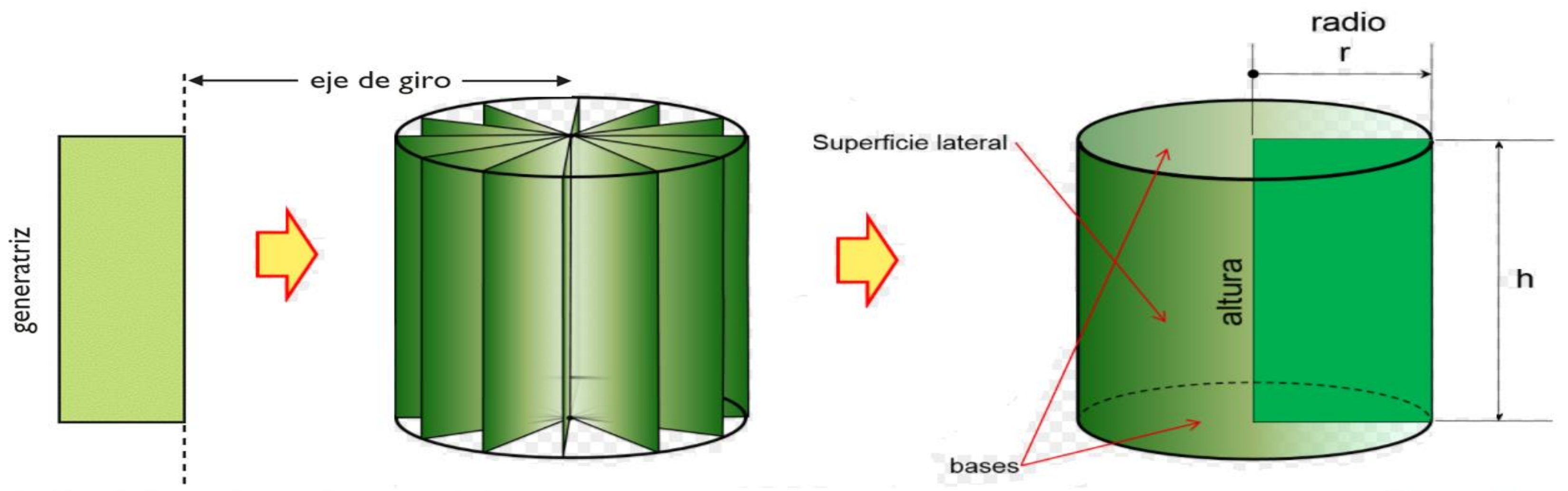


SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN

CILINDRO DE REVOLUCION

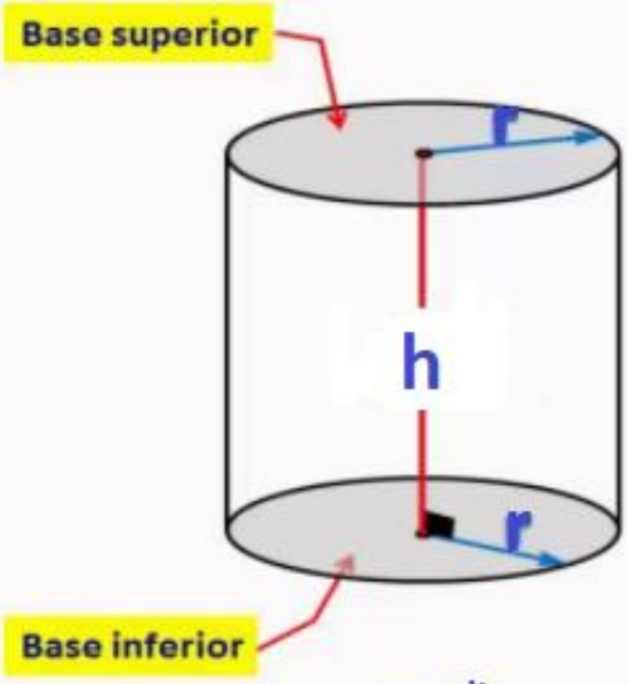
Llamado también **CILINDRO CIRCULAR RECTO,** es aquella superficie que se origina al hacer girar un rectángulo alrededor de un eje que es una recta que contiene a uno de sus lados.

Las bases generadas son círculos congruentes y sus generatrices son perpendiculares a las bases.



Universidad Tecnológica del Perú

CILINDRO



r : radio
h : altura o generatriz
B : base

ÁREA LATERAL:

$$\boxed{AL = 2\pi r h}$$

ÁREA TOTAL:

$$AT = AL + 2B$$

$$AT = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$\boxed{AT = 2\pi r(h + r)}$$

VOLUMEN:

$$V = B \cdot h$$

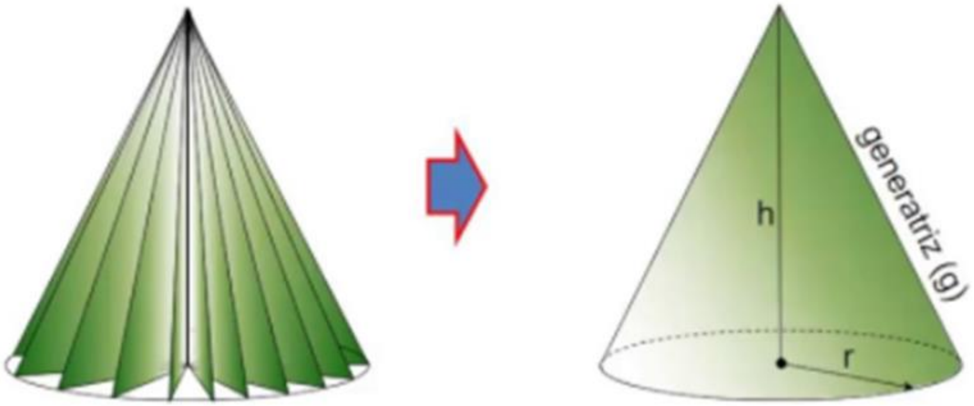
$$\boxed{V = \pi r^2 h}$$

SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN

Cono de revolución

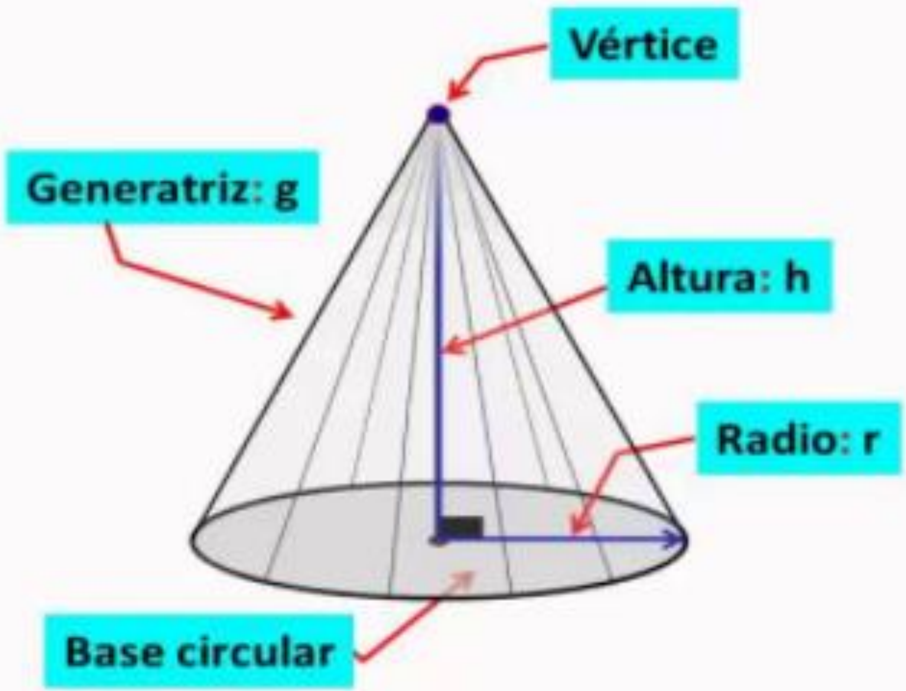
El cono es un cuerpo geométrico formado por un triángulo rectángulo al girar en torno a uno de sus catetos.

Al círculo conformado por el otro cateto se denomina base y al punto donde se juntan las generatrices se llama vértice o cúspide.



En donde: g = generatriz
h = altura
r = radio

CONO



ÁREA LATERAL:

$$\boxed{AL = \pi\, r\, g}$$

ÁREA TOTAL:

$$AT = AL + B$$

$$AT = \pi\, r\, g + \pi\, r^2$$

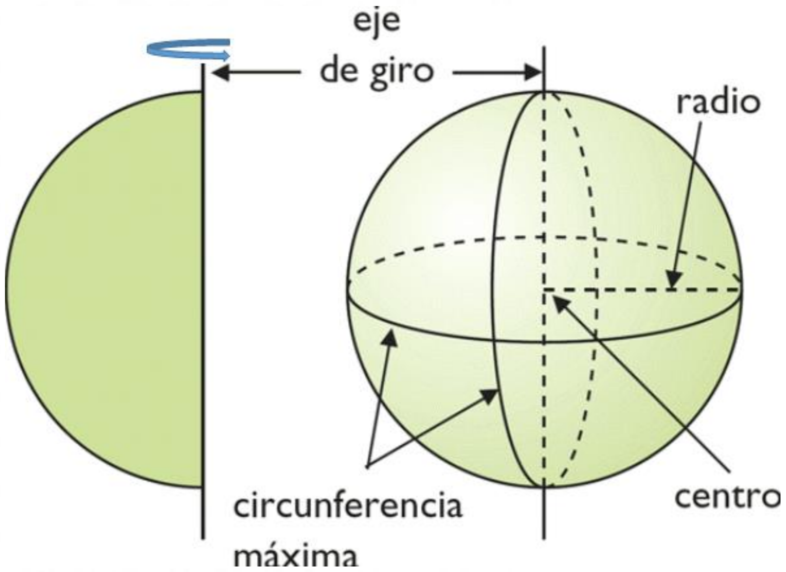
g : generatriz (hipotenusa)

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN

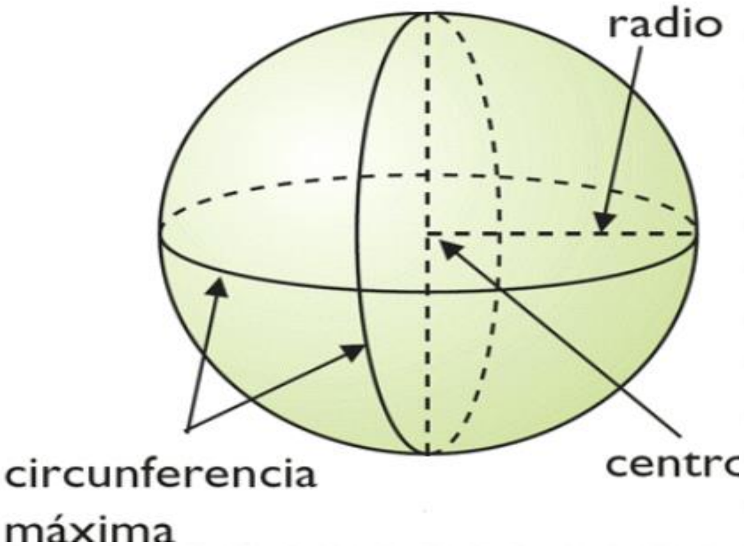
SUPERFICIE ESFERICA

Es la superficie generada al rotar 360° una semicircunferencia alrededor de un eje que es una recta que contiene a su diámetro.



ESFERA

Es el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que equidistan de un punto que es centro de la esfera.



$\boldsymbol{Volumen\ de\ la\ esfera}$:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$\boldsymbol{Área\ de\ la\ esfera}$:

$$A = 4\pi r^2$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1) Halle el volumen de un cilindro recto en función de R (radio de la base), si su altura es igual al diámetro de la base circular.

Solución

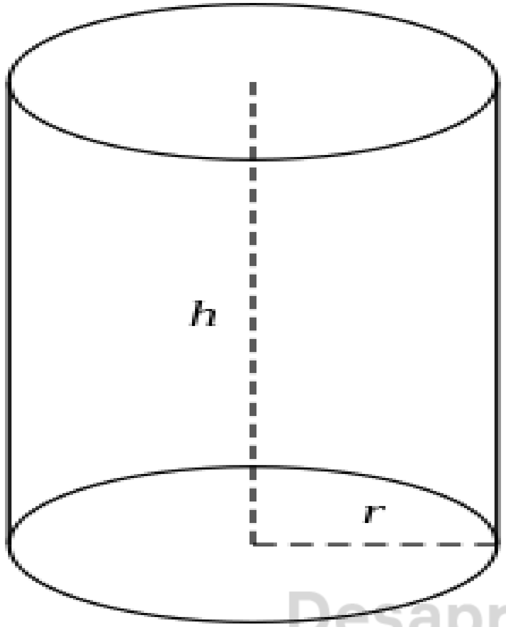
El volumen se consigue multiplicando el área de la base por la altura del cilindro

$$A = \pi r$$

$$V = \pi r^2 h$$

Pero $h = 2r$ así :

$$V = 2\pi r^3$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

Universidad Tecnológica del Perú

2) Un barquillo tiene la forma de un cono recto de 12cm de altura y 6cm de radio de la base. Se llena el barquillo de helado. Exteriormente al barquillo se forma una semiesfera. Halle el volumen del helado en centímetros cúbicos.

Solución

Determinados el volumen del cono recto mediante

$$V_{con} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 452,39cm^3$$

Luego determinaos el volumen de la semiesfera mediante

$$V_{esf} = \frac{2}{3}\pi r^3 = 1130,98cm^3$$

Luego volumen total es la suma de amos:

$$V_{total} = 1583,37cm^3$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

3). Si el área del círculo máximo de una pelota de básquet mide 6π cm^2, entonces, ¿Cuál es el área de la superficie esférica y el volumen de la pelota?

Solución

Calculamos el radio de la esfera

$$r = \sqrt{\frac{6\pi}{\pi}} = \sqrt{6}cm$$

Y con este radio se calcula el área de la esfera y su volumen

$$A = 4\pi r^2 = 75,36cm^2$$

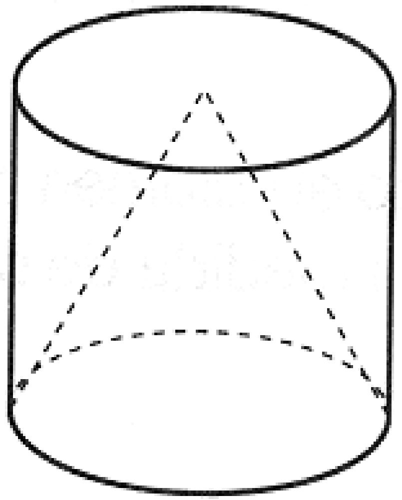
$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = 61,5cm^3$$

EJERCICIO RETO

1) El jefe de logística de una compañía tiene dudas acerca de la cantidad de ladrillos que reciben de la fábrica en un camión cuya tolva posee 20 m^3 de capacidad y se encuentra llena en su totalidad. Sin embargo, el Ing. Flores logra establecer que la cantidad de ladrillos es la correcta. ¿Cuántos ladrillos de 50 cm de largo, 20 cm de ancho y 5 cm de altura recibieron?

EJERCICIO RETO

2) En un cilindro recto circular de altura igual al diámetro de la base, se inscribe un cono recto. Si el volumen del cilindro mide 600 cm3, entonces, el volumen del cono recto expresado en centímetros cúbicos es:



Gracias

UTP

Universidad
Tecnológica
del Perú