

# Funciones básicas

## Dominio y rango I

Semana 13 – Sesión 01



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# Temario:

- Esquema de la unidad
- Funciones en  $\mathbb{R}$
- Dominio y rango
- Función lineal
- Función cuadrática
- Función exponencial
- Función logaritmo
- Ejercicios
- Conclusiones.

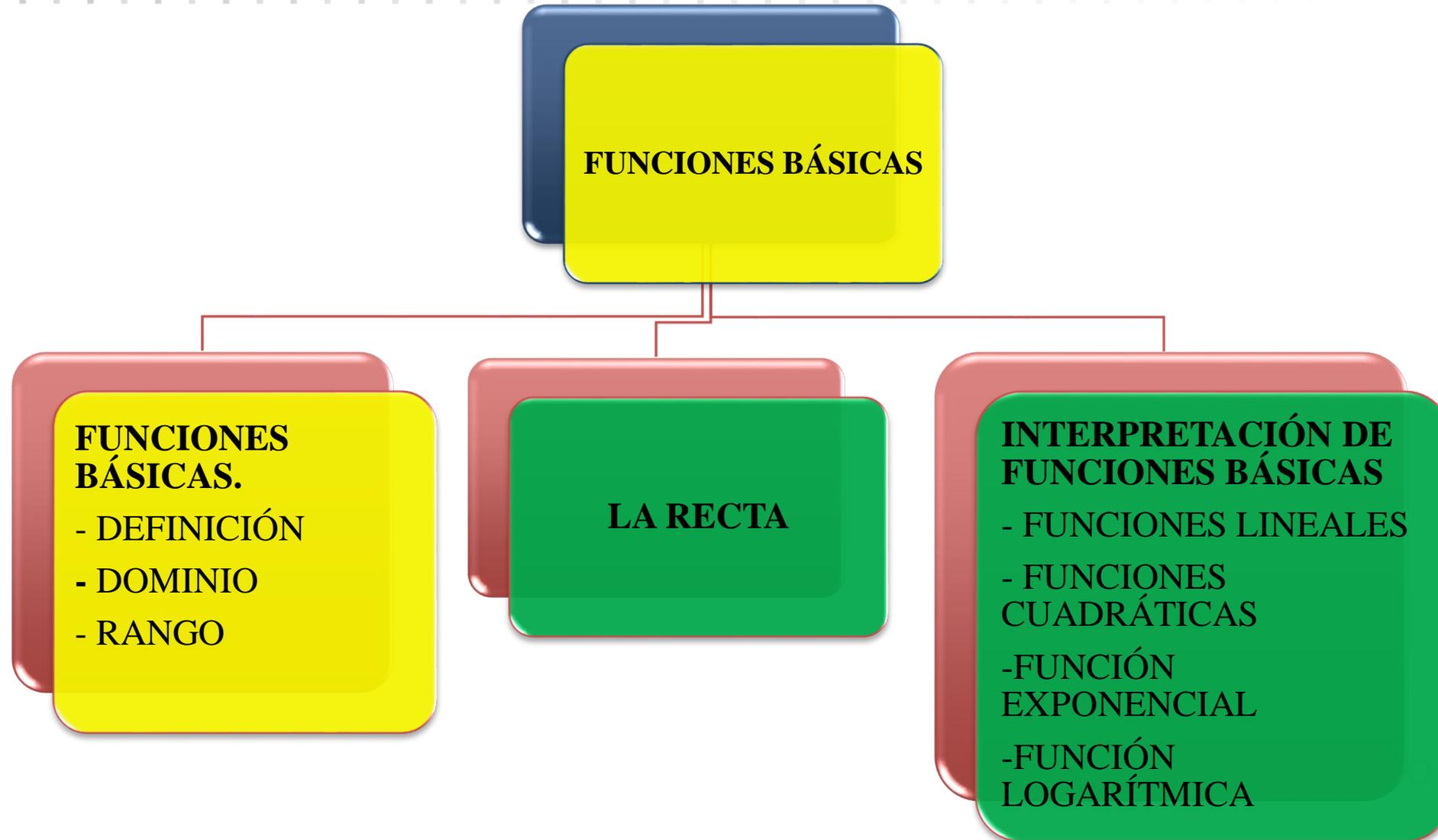
# Logro de la sesión



Al finalizar la sesión, el estudiante determina el dominio y rango de una función.

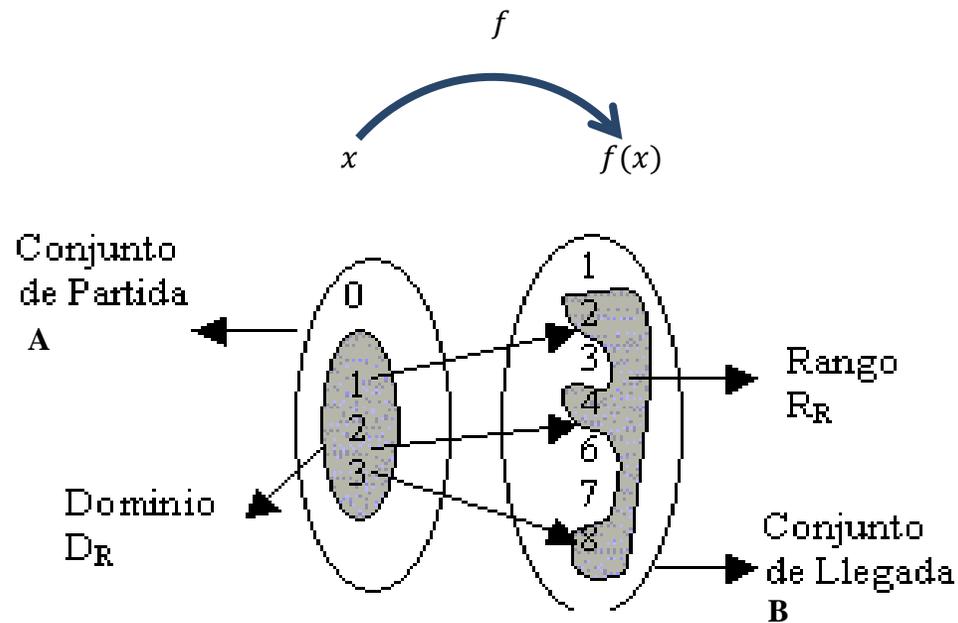
Desaprende lo que te limita

# Esquema de la unidad



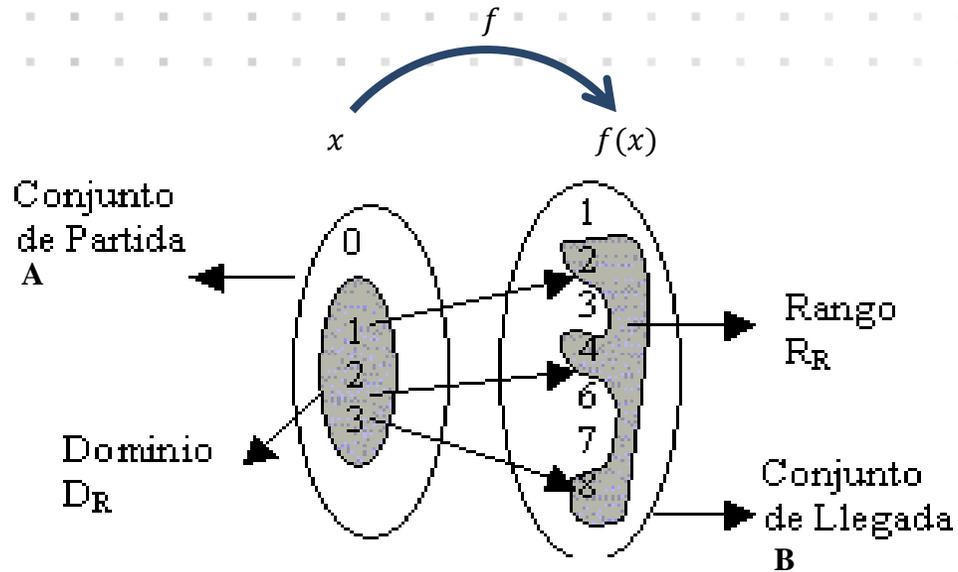
# Función en $\mathbb{R}$

Una función es una **correspondencia** que asigna a un número de entrada un único número de salida. Al conjunto de partida para los cuales se aplica la regla se llama el **dominio** de la función. Al conjunto de números de llegada se llama **rango**.



Una función de  $A$  en  $B$  es una relación que asigna a un elemento  $x$  del conjunto  $A$  **uno y solo un elemento** y del conjunto  $B$

# Función en $\mathbb{R}$



$$\begin{aligned}f(1) &= 2 \\f(2) &= 4 \\f(3) &= 8\end{aligned}$$

**Dominio de f:**  $D f = \{1; 2; 3\}$

**Rango de f:**  $R f = \{2; 4; 8\}$

entrada

nombre de la función

$$f(x) = y$$

salida

Desaprende lo que te limita

# Ejercicio

1. Sea la función “F”; tal que:

$$F = \{(3; a^2), (3; 1), (5; 4), (5; a+b), (b; 4)\}$$

Calcular la suma de los elementos de dominio de “F”

Rpta: **8** (a=-1 y b=5)

# Ejercicio



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

2. Señale la suma de los elementos del rango de la función:  $F(x) = 2x+3$   
Siendo:  $x = \{0; 1; 2; 3\}$

Rpta: 24

# Dominio de una función

Es el conjunto de valores que puede tomar  $x$ , de manera que  $f(x)$  sea un número real:  
*Valores para los que se puede calcular  $f(x)$ .*

## EJERCICIOS EXPLICATIVOS

3. Determinar el dominio de las siguientes funciones.

$$f(x) = \sqrt{5x - 15}$$

$$Df = [3; \infty[$$

$$h(x) = \frac{4}{3x - 18}$$

$$Dh = \mathbb{R} - \{6\}$$

# Rango de una función

Es el conjunto de valores que puede tomar  $y$ , los cuales son imagen de algún valor  $x$ .

## EJERCICIOS EXPLICATIVOS

4. Determine el rango de las siguientes funciones.

$$f(x) = \sqrt[4]{x - 1}$$

$$Rf = [0; \infty[$$

$$h(x) = \frac{1}{x + 4}$$

$$Rh = \mathbb{R} - \{0\}$$

# Función Lineal

Es de la forma:

$$f(x) = mx + b; \quad \text{o} \quad y = mx + b$$

En donde:

**m** es la pendiente

**b** es la intersección con el eje y

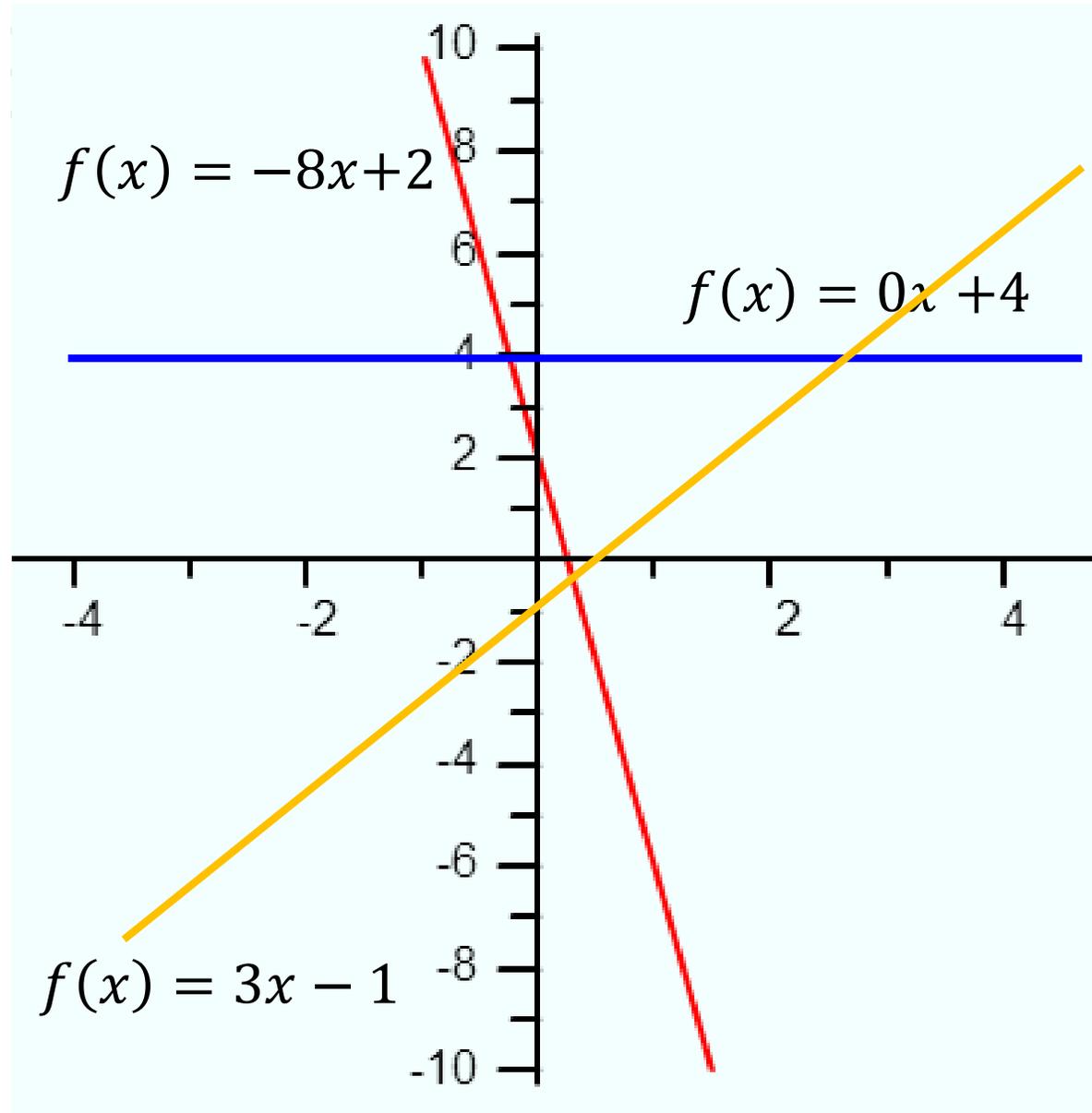
Ejemplos:

$$f(x) = -8x + 2 \quad \text{o} \quad y = -8x + 2$$

$$f(x) = 0x + 4 \quad \text{o} \quad y = 0x + 4$$

$$f(x) = 3x - 1 \quad \text{o} \quad y = 3x - 1$$

# Función lineal



nde lo que te limita

# Función cuadrática

## ¿Qué es una función cuadrática?

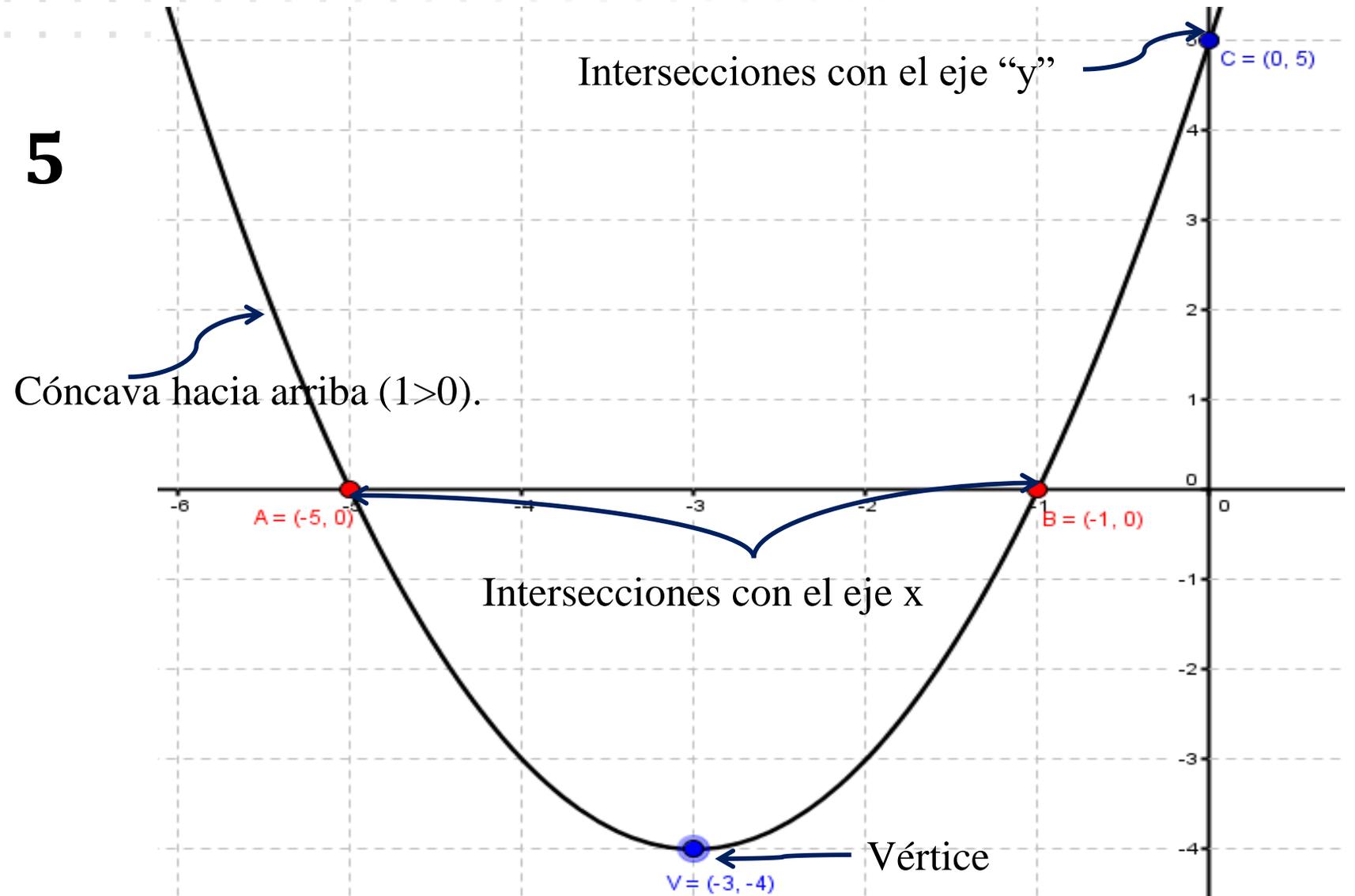
Una función cuadrática es una correspondencia de variable real y de valor real definida por:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales, con  $a \neq 0$

# Gráfica de la función cuadrática

$$f(x) = x^2 + 6x + 5$$



# Función exponencial



## Analicemos la siguiente situación:

El número de usuarios de Internet en el distrito de Independencia se duplica cada año. En este momento, 10000 usuarios utilizan la red. Si continúa produciéndose este fenómeno, ¿Cuántos usuarios habrá dentro de tres años?

# Función exponencial

Una función exponencial  $f$  está dada por:

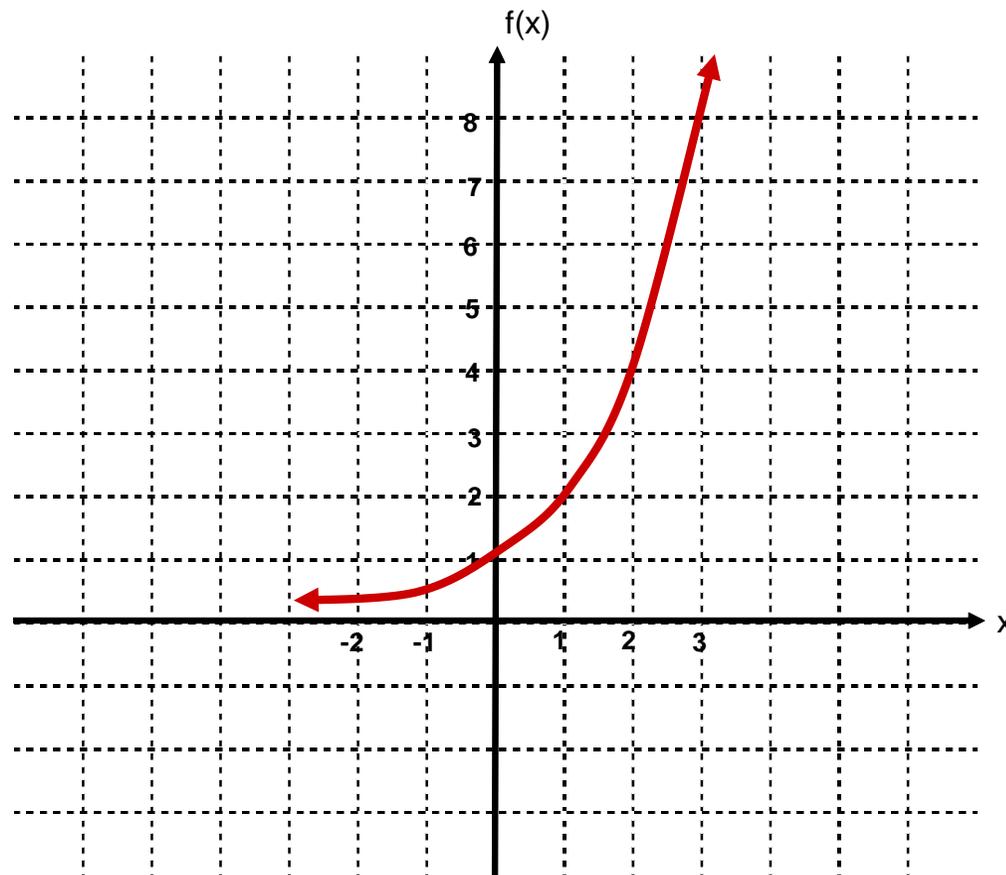
$$f(x) = a^x$$

Donde  $x$  es un número real,  $a > 0$  y  $a \neq 1$ . El número  $a$  se llama *base*.

# Gráfica de una función exponencial

$$f(x) = 2^x$$

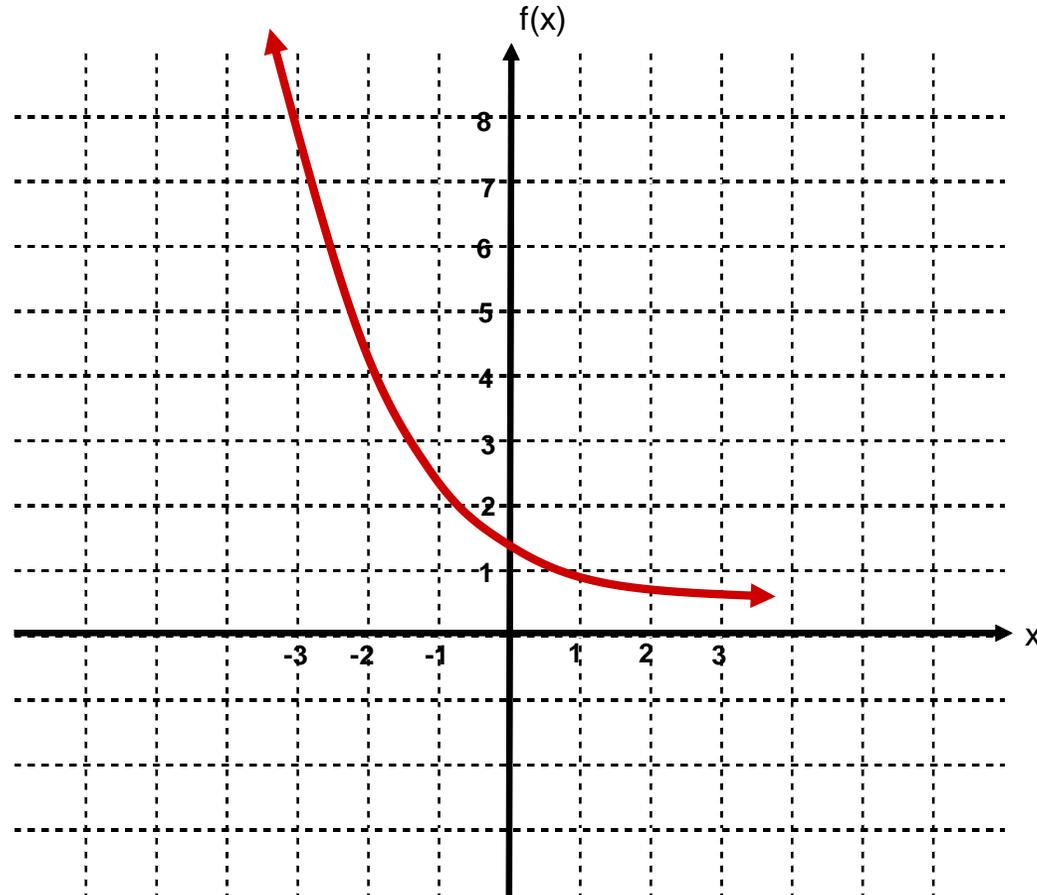
x	$2^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	



# Gráfica de una función exponencial

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

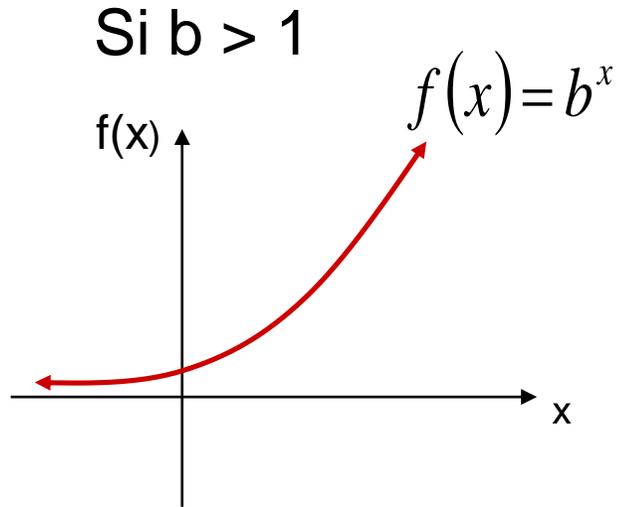
x	$(\frac{1}{2})^x$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	



Desaprende lo que te limita

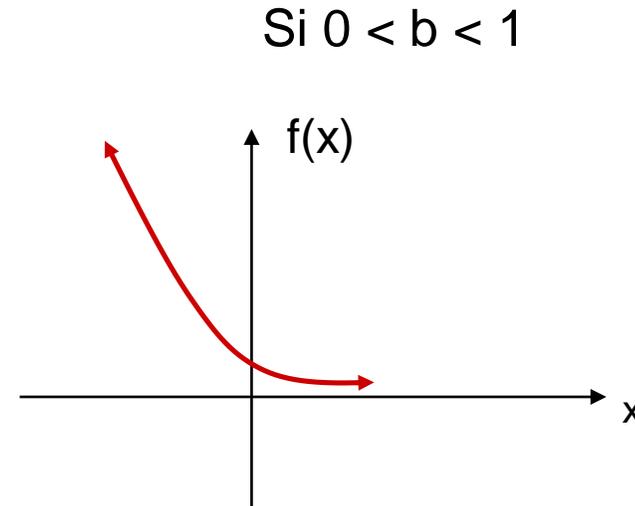
# Función exponencial

## FUNCIÓN CRECIENTE



$$\text{Si } x_1 < x_2 \Rightarrow b^{x_1} < b^{x_2}$$

## FUNCIÓN DECRECIENTE



$$\text{Si } x_1 < x_2 \Rightarrow b^{x_1} > b^{x_2}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = ]0, +\infty[$$

Desaprende lo que te limita

# Logaritmo de un número en base “a”

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$
$$a > 1, a \neq 1 \text{ y } x > 0$$

El logaritmo de un número  $x$  en una base  $a$  es el exponente  $y$  al que hay que elevar la base para obtener el número.

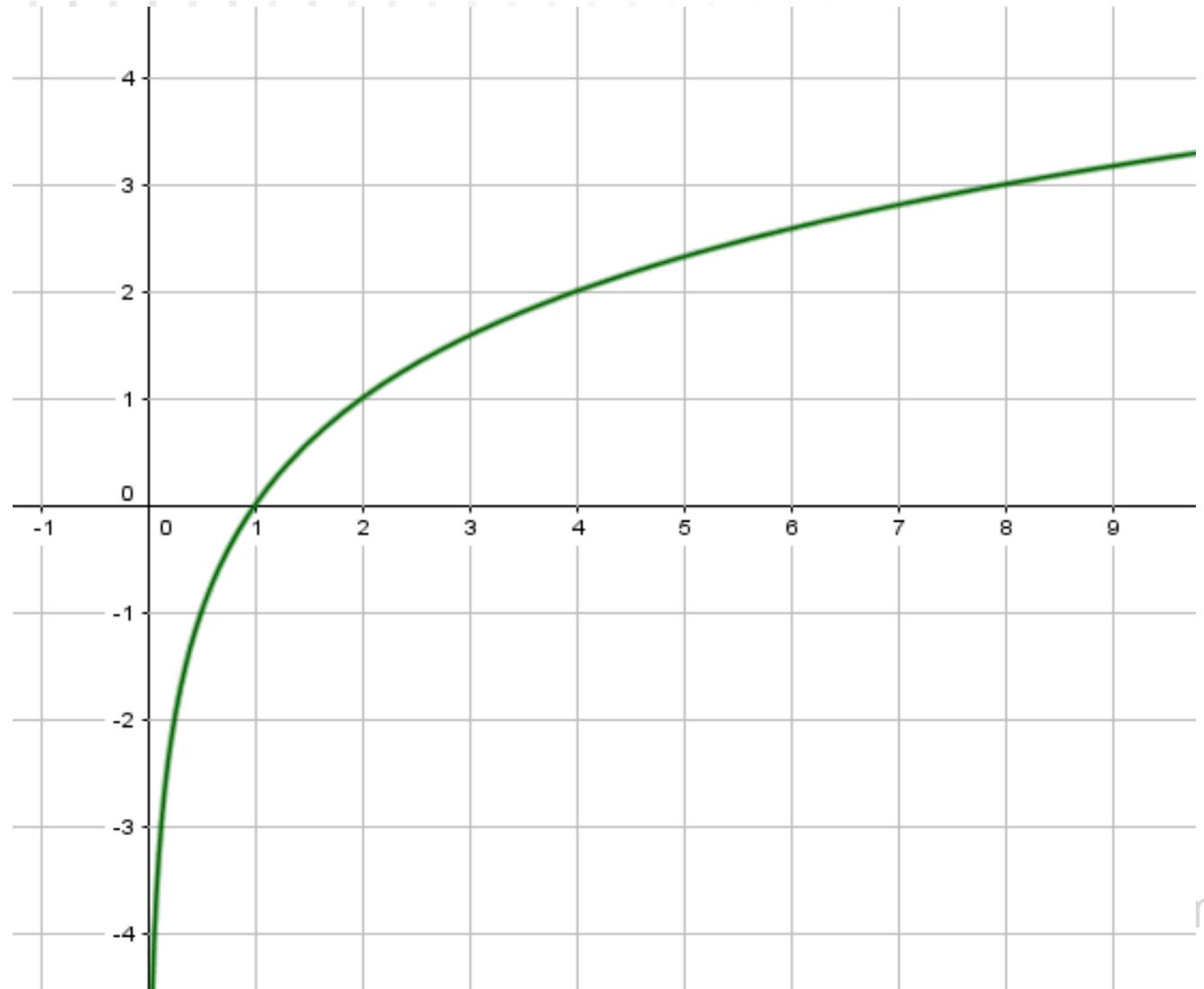
# Exponenciales y logaritmos

Ecuación logarítmica	Ecuación exponencial
$\log_a M = N$	$a^N = M$
$\log_{10} 100 = 2$	
$\log_{10} 0,01 = -2$	
$\log_{49} 7 = \frac{1}{2}$	

# Función logaritmo

$$y = \log_2 x \Leftrightarrow 2^y = x$$

$x = 2^y$	$y$
$1/4$	-2
$1/2$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



# Función logaritmo

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = x$$

$x = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$y$
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{2}$	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3



# Ejercicios

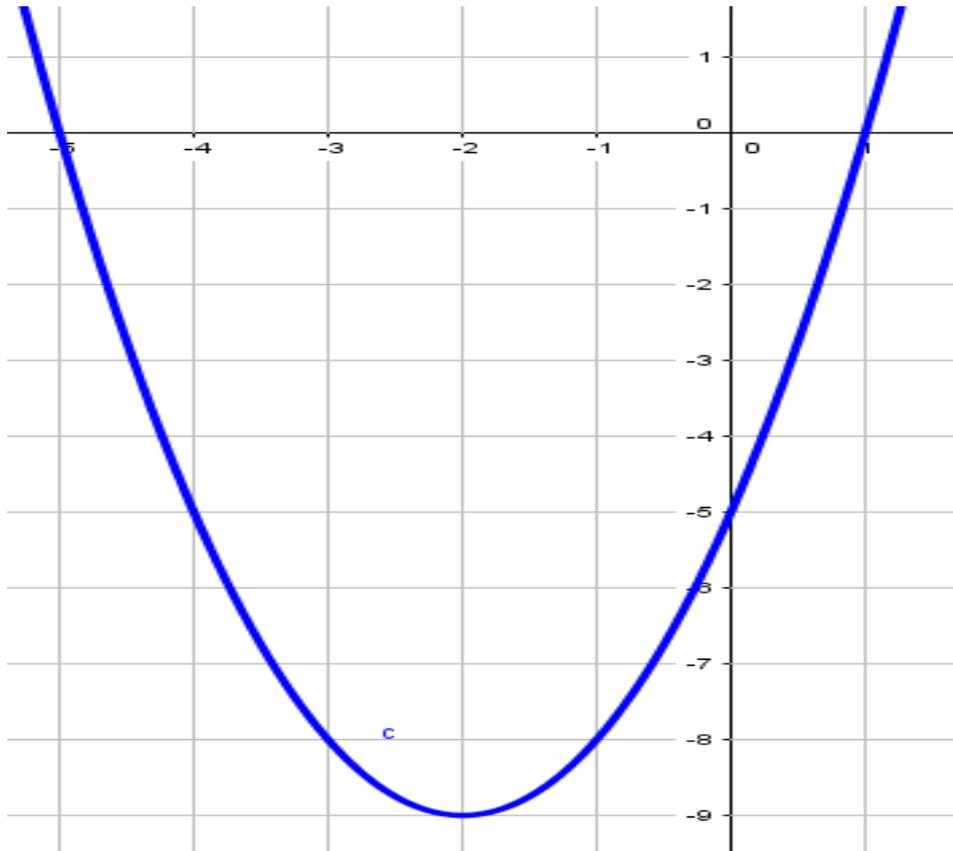
5. Dada las siguientes funciones, indicar su dominio y rango.

a.  $f(x) = 4x + 5$

b.  $f(x) = (x - 1)^2 - 9$

# Ejercicio

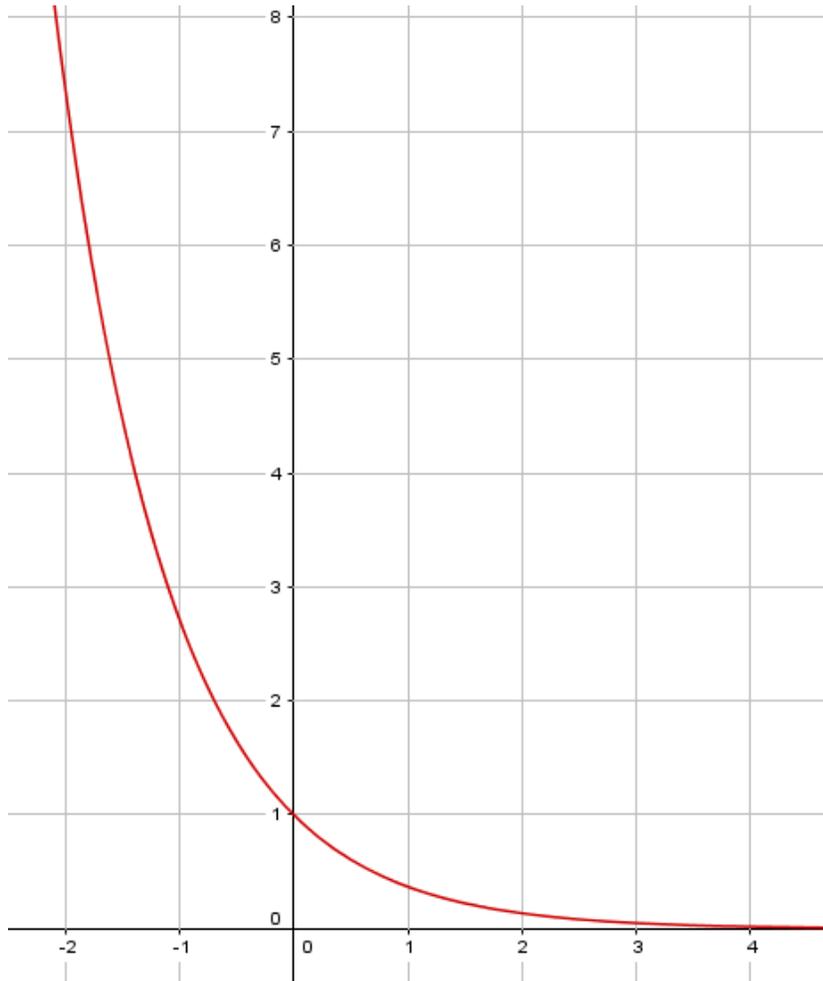
c. Indicar el dominio y rango de la siguiente función



Desaprende lo que te limita

# Ejercicio

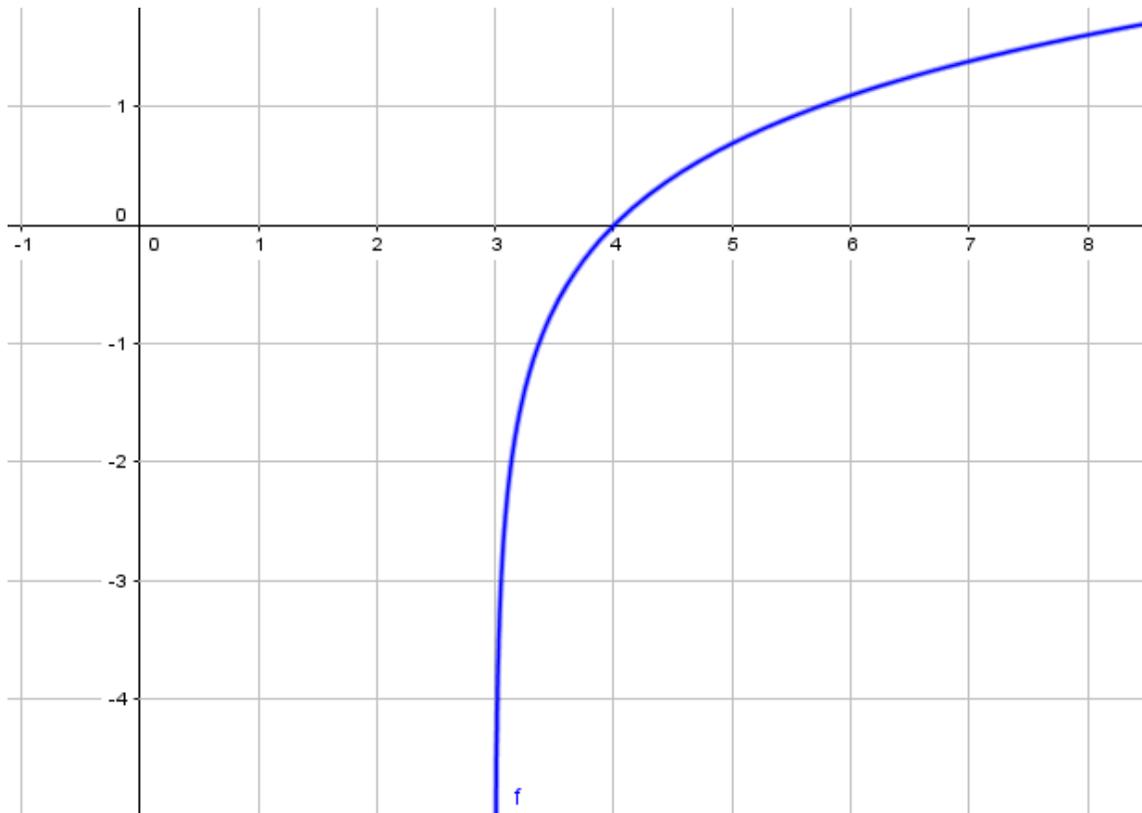
d. Indicar el dominio y rango de la siguiente función:  $y = e^{-x}$



Desaprende lo que te limita

# Ejercicio

e. Indicar el dominio y rango de la siguiente función:  $y = \ln(x-3)$



Desaprende lo que te limita

# Ejercicio reto 1

Sea la función “F”, tal que:

$$F = \{(5;a^2); (4;8); (5;9); (b;3); (4;a+b)\}$$

Calcular la suma de los elementos del dominio de “F”

**Rpta: 20 (a = - 3; b =11)**

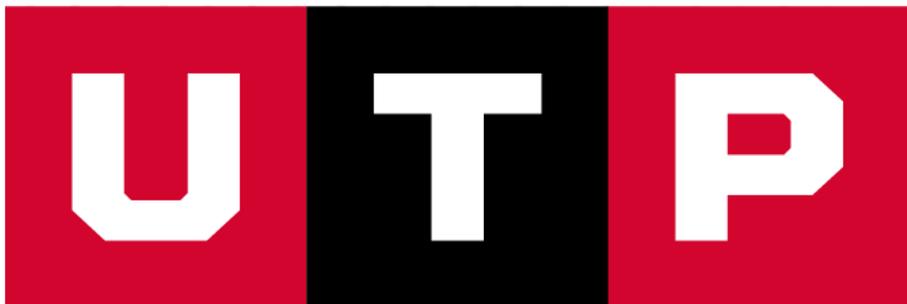
# Vamos a los ejercicios propuestos de la separata!!



Desaprende lo que te limita

# Conclusiones

- ✓ El estudiante determina el dominio y rango de una función.



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**