

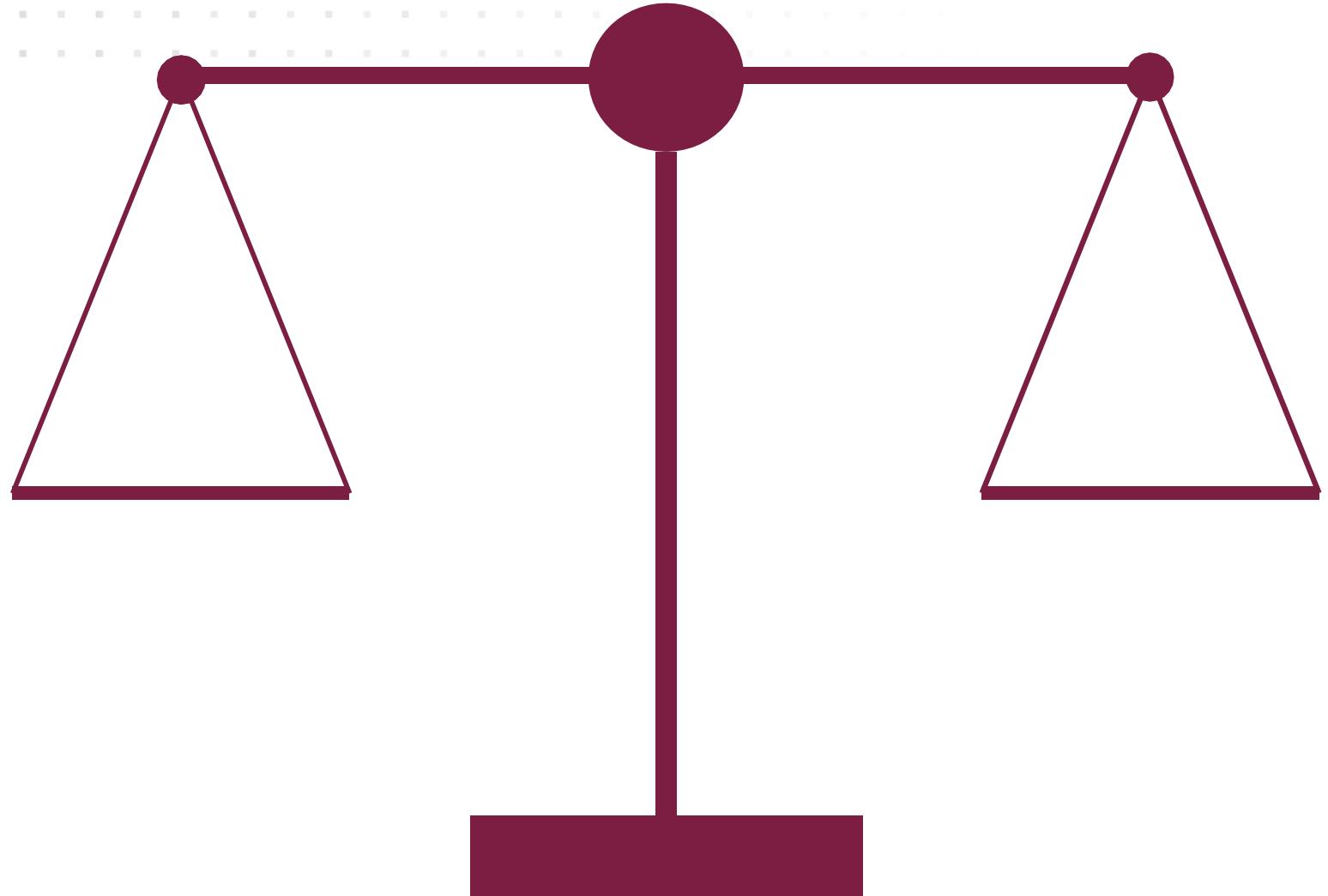
Ecuaciones e Inecuaciones de primer grado

NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA-GESTIÓN

El acertijo de la balanza



Universidad
Tecnológica
del Perú

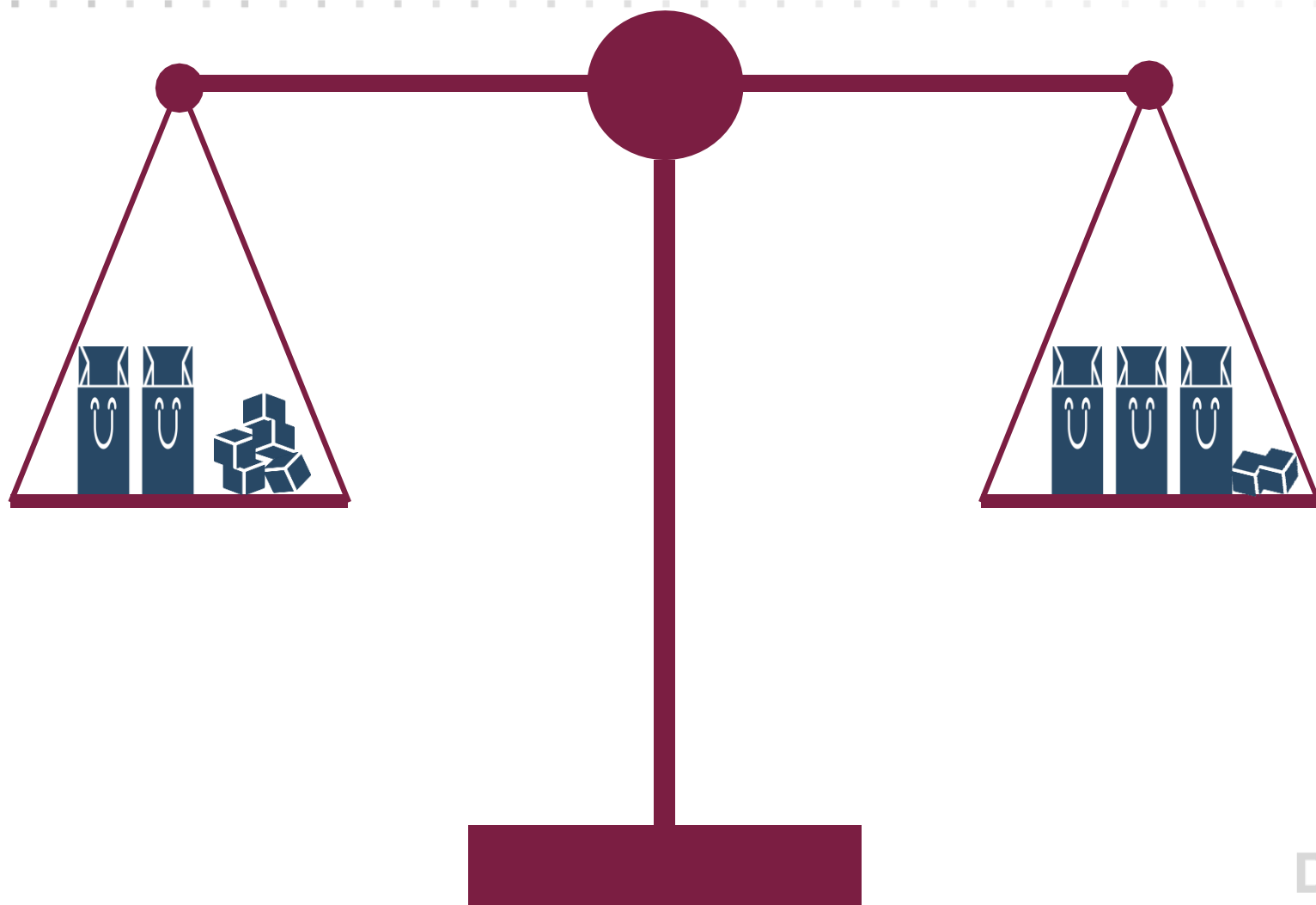


Desaprende lo que te limita

En un lado hay dos bolsas y cinco bloques. Si “n” representa el número de bloques en cada bolsa, entonces el número de bloques en dos bolsas y cinco bloques es:

$$2n + 5$$

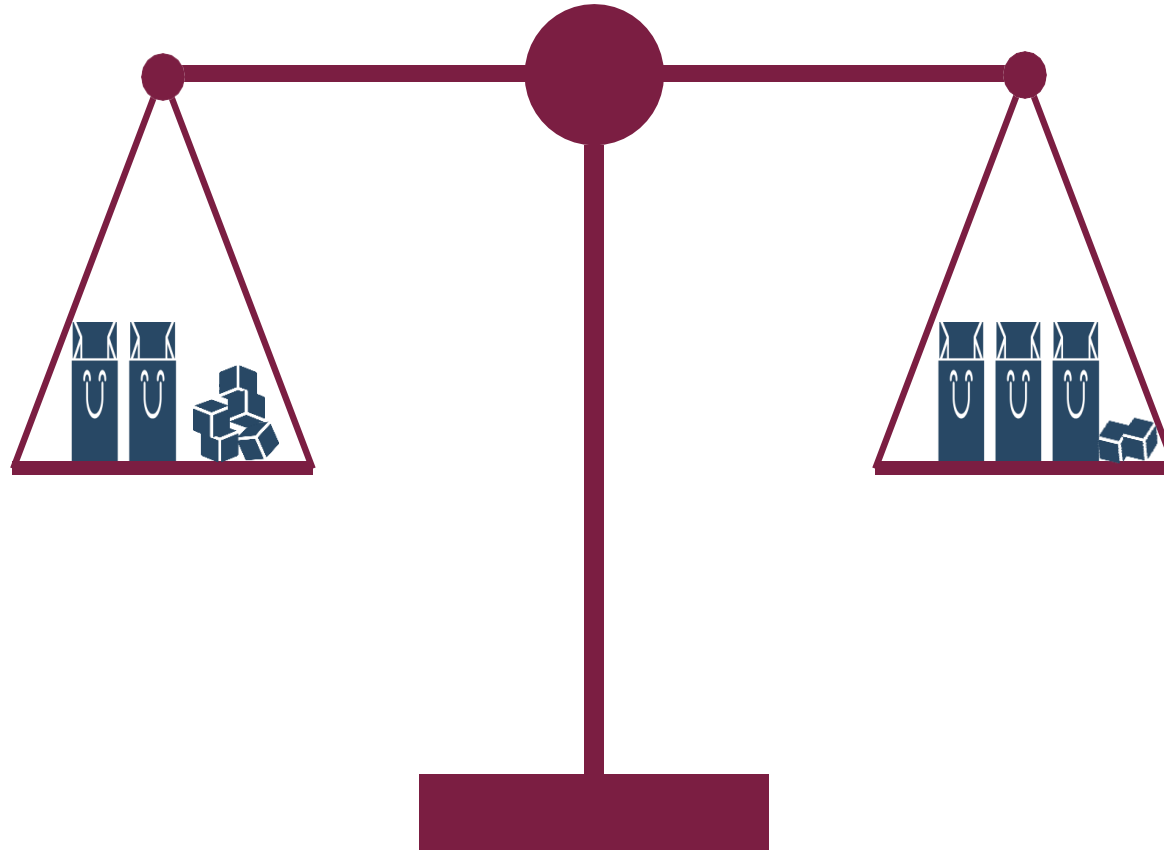




En este lado, hay 3 bolsas de bloques y 2 bloques individuales. El número de bloques en “tres bolsas y dos bloques” es:

$$3n + 2$$

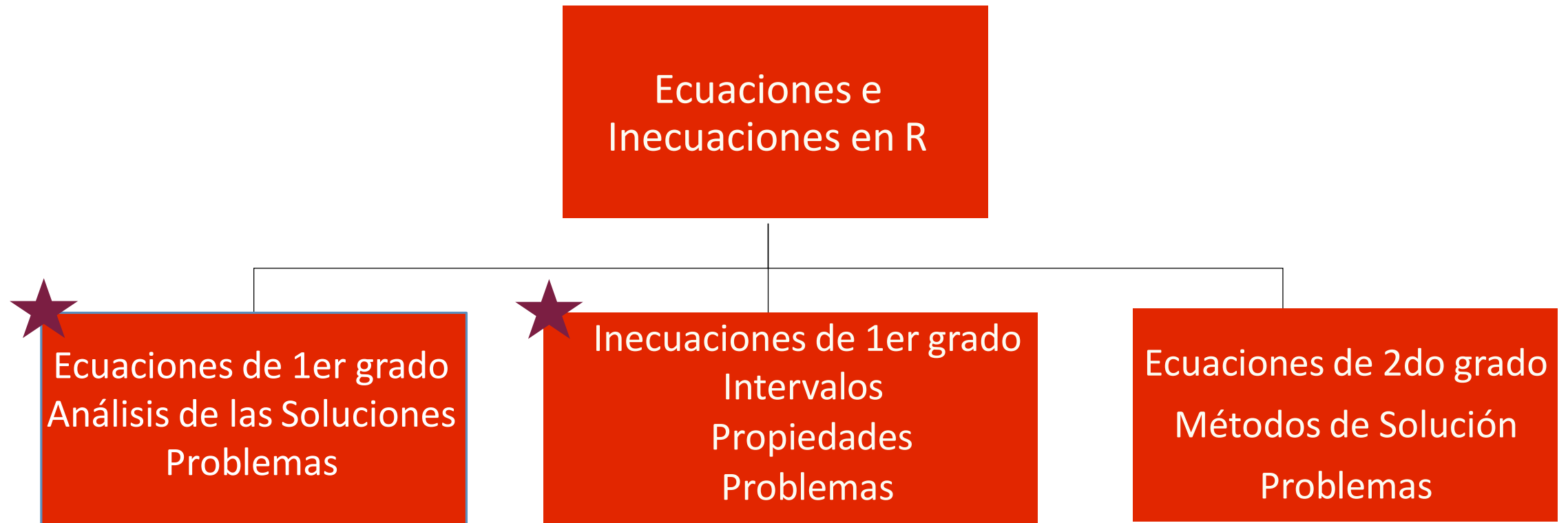
Dado que
ambos lados
están
balanceados...



...la ecuación se expresa como **$2n + 5 = 3n + 2$**

Desaprende lo que te limita

Esquema de la unidad 5



Saberes previos

¿Cuál es el valor de cada espacio para cada igualdad?

a) $3 + \bigcirc = 15$

b) $-7 + \bigcirc = -12$

c) $\bigcirc - 15 = 46$

También se puede expresar así:

a) $3 + x = 15$

b) $-7 + x = -12$

c) $x - 15 = 46$

Logro de la sesión

- Al finalizar la sesión, el estudiante identifica y resuelve ecuaciones e inecuaciones de primer grado con autonomía y seguridad. Modela y resuelve problemas aplicando propiedades de ecuaciones e inecuaciones de primer grado.



Desaprende lo que te limita

¿Qué es una Ecuación?

Una ecuación es una expresión algebraica que describe una igualdad entre dos miembros. En ellos aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas. Estos están relacionados mediante operaciones matemáticas.



Universidad
Tecnológica
del Perú

Ejemplo de ecuación

$$3x + 2 = 2x + 7$$

$$3x - 2x = 7 - 2$$

$$x = 5$$



Comprobación:

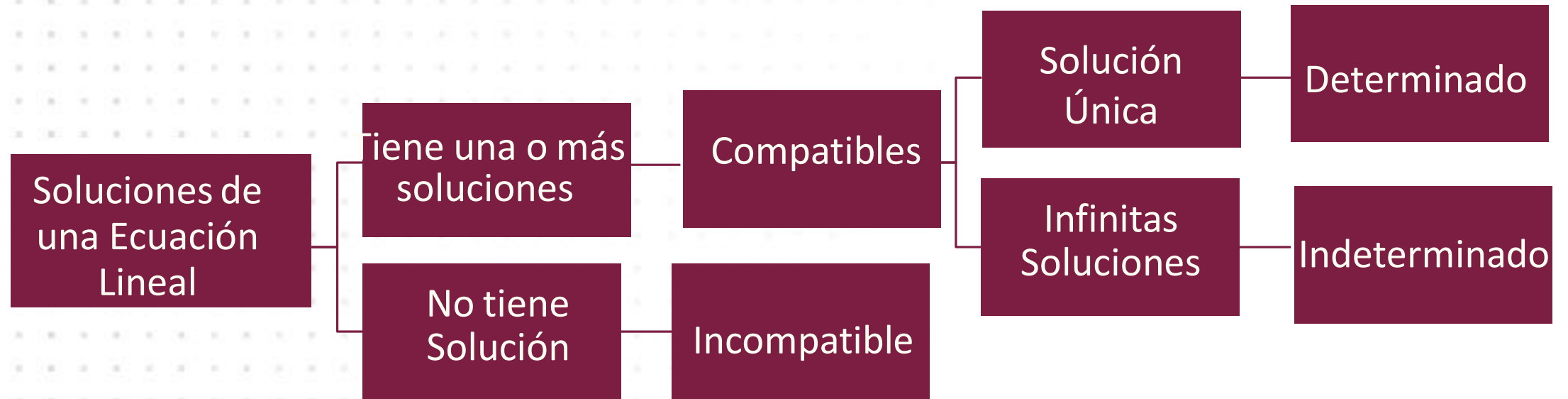
$$3(5) + 2 = 2(5) + 7$$

$$15 + 2 = 10 + 7$$

$$17 = 17$$

Observamos que se cumple la igualdad, $x = 5$
satisface a la ecuación de primer grado.

Clasificación según el número de Soluciones



Clasificación según el número de Soluciones

	Compatible Determinada	Compatible Indeterminada	Incompatible
Caso	$Ax + B = 0$ Si $A \neq 0 \rightarrow x = -\frac{B}{A}$	$Ax + B = 0$ Si $A = 0, B = 0 \rightarrow x = \frac{0}{0}$	$Ax + B = 0$ Si $A = 0, B \neq 0 \rightarrow x = -\frac{B}{0}$
Solución	Conjunto solución: $\{-\frac{B}{A}\}$	Infinitas soluciones Conjunto solución: $\mathbb{R}$	No existe solución Conjunto solución: $\{\}$
Ejemplo	$2x + 8 = x - 7$	$2x + 8 + x = 3x - 7 + 15$	$5x + 10 = 5x - 7$

Axioma fundamental de las ecuaciones

Si con cantidades iguales se verifican operaciones iguales, los resultados serán iguales.

 Si:	$a=b$	Si:	$5=5$	$3x=9$
+c	$a+c=b+c$	+3	$5+3=5+3$ $8=8$	$3x+3=9+3$ $3x+3=12$
-c	$a-c=b-c$	-2	$5-2=5-2$ $3=3$	$3x-2=9-2$ $3x-2=7$
(c)	$a(c)=b(c)$	(4)	$5(4)=5(4)$ $20=20$	$3x(4)=9(4)$ $12x=36$
/c	$a/c=b/c$	/9	$5/9=5/9$ $0.\hat{5} = 0.\hat{5}$	$3x/9=9/9$ $(1/3)x=1$

Veamos como nos va con fracciones...

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

Ecuación lineal con fracciones

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1 \quad \text{Multiplicamos por su mcm: (12)}$$

$$12 \left(\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} \right) = 12(1)$$

Ecuación lineal con fracciones

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

$$\frac{x-1}{3} + \frac{3x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1 \quad \text{Multiplicamos por su mcm: (12)}$$

$$12 \left(\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} \right) = 12(1)$$

$$(12) \frac{x-1}{3} + (12) \frac{2x-1}{4} + (12) \frac{2x-1}{6} = (12)1$$

$$(4) (x-1) + (3) (2x-1) + (2)(2x-1) = 12$$



Ecuación lineal con fracciones

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

$$(4)(x - 1) + (3)(2x - 1) + (2)(2x - 1) = 12$$

$$4x - 4 + 6x - 3 + 4x - 2 = 12$$

Ecuación lineal con fracciones

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

$$(4)(x - 1) + (3)(2x - 1) + (2)(2x - 1) = 12$$

$$4x - 4 + 6x - 3 + 4x - 2 = 12$$

$$14x - 9 = 12 \quad : +9$$

$$14x = 12 + 9$$

$$14x = 21 \quad : /14$$

$$x = 21/14$$

Ecuación lineal con fracciones

Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} + \frac{2x-1}{6} = 1$$

$$(4)(x - 1) + (3)(2x - 1) + (2)(2x - 1) = 12$$

$$4x - 4 + 6x - 3 + 4x - 2 = 12$$

$$14x - 9 = 12 \quad : +9$$

$$14x = 12 + 9$$

$$14x = 21 \quad : /14$$

$$x = 21/14$$

$$x = 21/14$$

$$x = 3/2$$

$$C.S. = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

¿Recuerdan
los pasos para
resolver un
problema?



Y ahora un problema con ecuaciones

Lucía y Rosa fueron a Polvos Azules y compraron entre las dos un número determinado de blusas a S/ 15 cada una de ellas y 2 jeans a S/ 25 cada uno, gastando S/ 110 en total. ¿Cuántas blusas compraron en total?

Pasos para resolver problemas con Ecuaciones

1. Leer el problema (releer si es necesario) → **Extraer la pregunta**
2. Extraer todos los datos posibles → **Datos ordenados**
3. Plantear mediante ecuaciones → **Problema planteado**
4. Analizar y resolver → **Dar respuesta a la pregunta planteada**

Regresamos al
problema
¿Quien se anima
a resolverlo?

Lucía y Rosa fueron a Polvos Azules y compraron entre las dos un número determinado de blusas a S/ 15 cada una de ellas y 2 jeans a S/ 25 cada uno, gastando S/ 110 en total. ¿Cuántas blusas compraron en total?

Regresamos al
problema
¿Quien se anima
a resolverlo?

Lucía y Rosa fueron a Polvos Azules y compraron entre las dos un número determinado de blusas a S/ 15 cada una de ellas y 2 jeans a S/ 25 cada uno, gastando S/ 110 en total. ¿Cuántas blusas compraron en total?

- Datos
- Número de blusas: x
- Precio blusas: 15
- Número de jeans: 2
- Precio de los jeans: 25
- Gasto total: 110

Regresamos al
problema
¿Quien se anima
a resolverlo?

Lucía y Rosa fueron a Polvos Azules y compraron entre las dos un número determinado de blusas a S/ 15 cada una de ellas y 2 jeans a S/ 25 cada uno, gastando S/ 110 en total. ¿Cuántas blusas compraron en total?

- Datos
- Número de blusas: x
- Precio blusas: 15
- Número de jeans: 2
- Precio de los jeans: 25
- Gasto total: 110

$$15x + 25(2) = 110$$

$$15x = 110 - 50$$

$$x = \frac{60}{15}$$

Regresamos al
problema
¿Quien se anima
a resolverlo?

Lucía y Rosa fueron a Polvos Azules y compraron entre las dos un número determinado de blusas a S/ 15 cada una de ellas y 2 jeans a S/ 25 cada uno, gastando S/ 110 en total. ¿Cuántas blusas compraron en total?

- Datos
- Número de blusas: x
- Precio blusas: 15
- Número de jeans: 2
- Precio de los jeans: 25
- Gasto total: 110

$$15x + 25(2) = 110$$

$$15x = 110 - 50$$

$$x = \frac{60}{15}$$

$$x = 4$$

Respuesta:
Compraron 4 blusas

¿Otro
problema?



Es tu turno...

Kimberly tiene S/120 y ahorra S/ 8 por semana.

Joel tiene 400 y gasta S/ 6 por semana.

¿En cuántas semanas Kimberly y Joel tendrían la misma cantidad?



Universidad
Tecnológica
del Perú

¿Otro problema?



Es tu turno...

Kimberly tiene S/120 y ahorra S/ 8 por semana.
Joel tiene 400 y gasta S/ 6 por semana.
¿En cuántas semanas Kimberly y Joel tendrían la misma cantidad?

$$x = 20$$

Respuesta:
Tendrán la misma cantidad en 20 semanas.



Universidad
Tecnológica
del Perú

Cambiamos de tema...

- ¿Qué número es mayor **-9** o **5**?
- ¿Qué número es menor $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$
- ¿Cómo establecerías este tipo de relaciones de mayor y menor?



Desaprendete de lo que te limita

Saberes previos

¿Cuál o cuáles son los valores de cada espacio en blanco para que se cumpla las siguientes desigualdades?

a) $3 + \square < 15$

b) $-7 + \square > -12$

c) $\square - 15 \leq 46$

También se puede
expresar así

a) $3 + x < 15$

b) $-7 + x > -12$

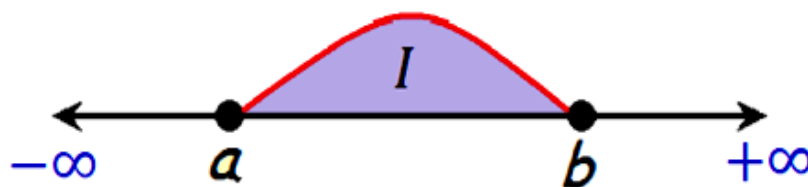
c) $x - 15 \leq 46$

¿Qué es un intervalo?

Para saber qué es una inecuación es necesario conocer qué es un intervalo. Este, es un subconjunto de los números ($\mathbb{R}$) definidos mediante la relación de orden dada en el conjunto de los número Reales.

Un intervalo de extremos a y b ($a < b$) es el conjunto de todos los número Reales que estén entre a y b .

Su gráfica es así:



Donde a y b son los extremos del intervalo, que pueden o no pertenecer a él.

Clases de intervalos

	Notación	Desigualdad	Gráfico
Intervalo Abierto	$]a;b[$	$a < x < b$	
Intervalo Semiabierto	$[a;b[$	$a \leq x < b$	
Intervalo Cerrado	$[a;b]$	$a \leq x \leq b$	

Continua....

Desaprende lo que te limita

Clases de intervalos

...continuación

	Notación	Desigualdad	Gráfico
Intervalos infinitos	$]a; +\infty[$	$x > a$	
	$[a; \infty[$	$x \geq a$	
	$] -\infty; b[$	$x < b$	
	$] -\infty; b]$	$x \leq b$	
	$] -\infty; \infty[$	R	

Desaprende lo que te limita

Ejercicios:

1) Escriba cada desigualdad usando la notación de intervalos.

a) $-4 \leq x \leq 5$

b) $-2 < x < 1$

c) $x > 3$

d) $x \leq 2$

2) Escriba cada intervalo como una desigualdad que involucre x

a) $[-3 ; 2 \rangle$

b) $\langle 1; \infty \rangle$

c) $[2 ; 5]$

d) $\langle - \infty; -1]$

Sabiendo que es un intervalo podemos definir una inecuación

Una inecuación es una proposición que relaciona la desigualdad en las que hay una o más cantidades desconocidas (incógnitas) y que sólo se verifica para determinados valores de la incógnita o incógnitas.

Ejemplo:

$$2x - 5 < 7 - x$$

¿Qué es una Inecuación?

En general:

$$ax + b > 0; \quad ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0; \quad ax + b \leq 0$$

Para resolverlas se despeja la variable aplicando las propiedades de las desigualdades, el conjunto solución se expresa en forma de intervalo.

Propiedades de las Desigualdades:

Propiedades	Ejemplos
Si $a < b$ entonces $a + c < b + c$	$3 < 4$ entonces $3 + 5 < 4 + 5$
Si $a < b$ y $b < c$ entonces $a < c$	$1/2 < 4$ y $4 < 7$ entonces $1/2 < 7$
Si $a < b$ y $c > 0$ entonces $a.c < b.c$	$5 < 9$ entonces $5.6 < 9.6$
Si $a < b$ y $c < 0$ entonces $a.c > b.c$	$5 < 9$ entonces $-3.5 > -3.9$
Si $a > b > 0$ o $0 > a > b$ entonces $1/a < 1/b$	$4 > 3$ entonces $1/4 < 1/3$

Ejemplos:

Resolver:

1) $3x - 2 > 1$

$$3x > 1 + 2$$

$$3x > 3$$

$$x > 1$$



$\langle 1; \infty \rangle$

2) $5x - 6 < 4x + 5 < 6x - 1$

$$5x - 6 < 4x + 5 \quad \wedge \quad 4x + 5 < 6x - 1$$

$$x < 11$$

$$\wedge \quad 6 < 2x$$

$$x < 11$$

$$\wedge \quad 3 < x$$

$$3 < x < 11$$



$]3; 11[$

Desaprende lo que te limita



Es tu turno...



Universidad
Tecnológica
del Perú

Hallar el conjunto solución y representarlo: $4 + 5t \geq t - 36$

Hallar el conjunto solución y representarlo: $-5 < \frac{x-7}{2} < 7$

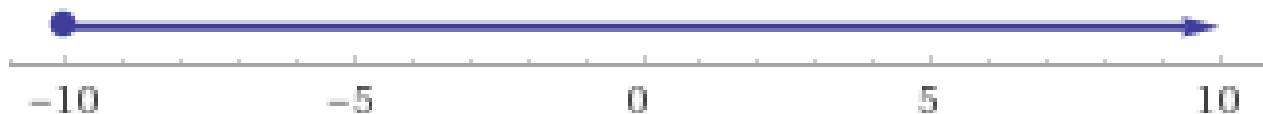
Un padre dispone de 320 soles para ir a un evento deportivo con sus hijos. Si compra entradas de 50 soles le falta dinero y si la compra de 40 soles le sobra dinero. ¿Cuántos hijos tiene?



Es tu turno...

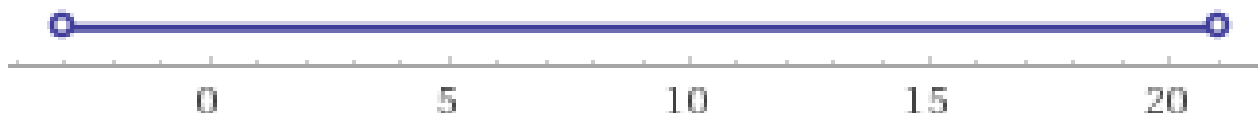
Hallar el conjunto solución y representarlo: $4 + 5t \geq t - 36$

$$\text{C.S.} = [-10; +\infty[$$



Hallar el conjunto solución y representarlo: $-5 < \frac{x-7}{2} < 7$

$$\text{C.S.} =]-3; 21[$$





Es tu turno...

Un padre dispone de 320 soles para ir a un evento deportivo con sus hijos. Si compra entradas de 50 soles le falta dinero y si la compra de 40 soles le sobra dinero. ¿Cuántos hijos tiene?

Solución: $6.4 < x < 8$

Interpretación: Le alcanza para 7 personas, él y sus 6 hijos.

Respuesta: tiene 6 hijos.

¿Qué hemos aprendido hoy?



- ¿Qué aprendimos hoy?
- ¿Qué fue lo que más me costó entender?
- ¿En qué podemos utilizar lo que hemos aprendido?



**Universidad
Tecnológica
del Perú**