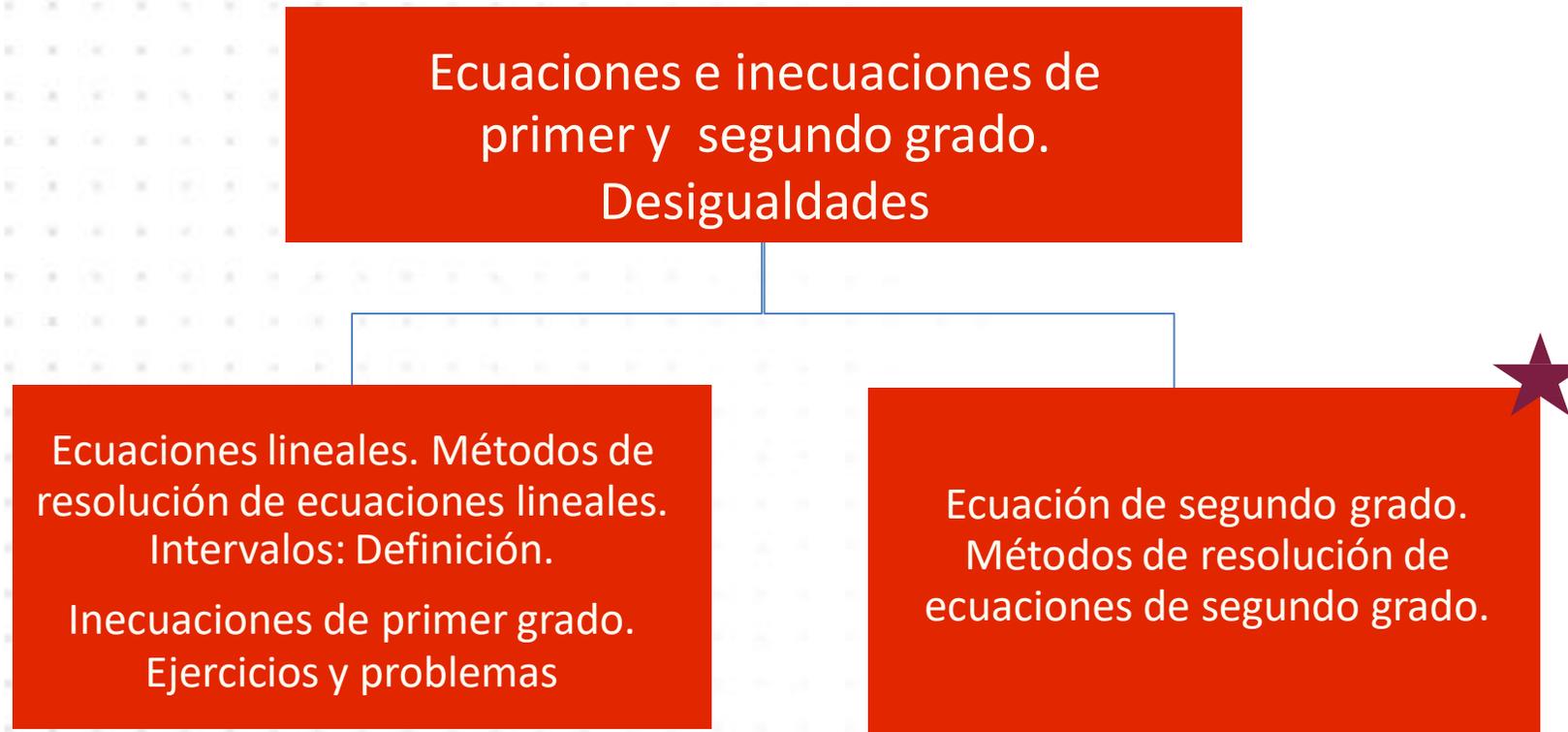


Esquema de la unidad



Ecuaciones de Segundo Grado

NIVELACIÓN DE MATEMÁTICAS - GESTIÓN



Cálculo de la ganancia máxima

Las ecuaciones cuadráticas, llamadas también de segundo grado, en negocios, suelen usarse para maximizar las ganancias, conocer la diferencia entre los ingresos y los costos de producción.

Cálculo de la ganancia máxima - Ejemplo

La fórmula de la ganancia en una empresa es:

$$P(s) = -20s^2 + 1400s - 12000$$

Donde "**s**" representa el precio de venta.
Calcular el precio de venta que nos genera la mayor ganancia, la cual es **\$12 500**.



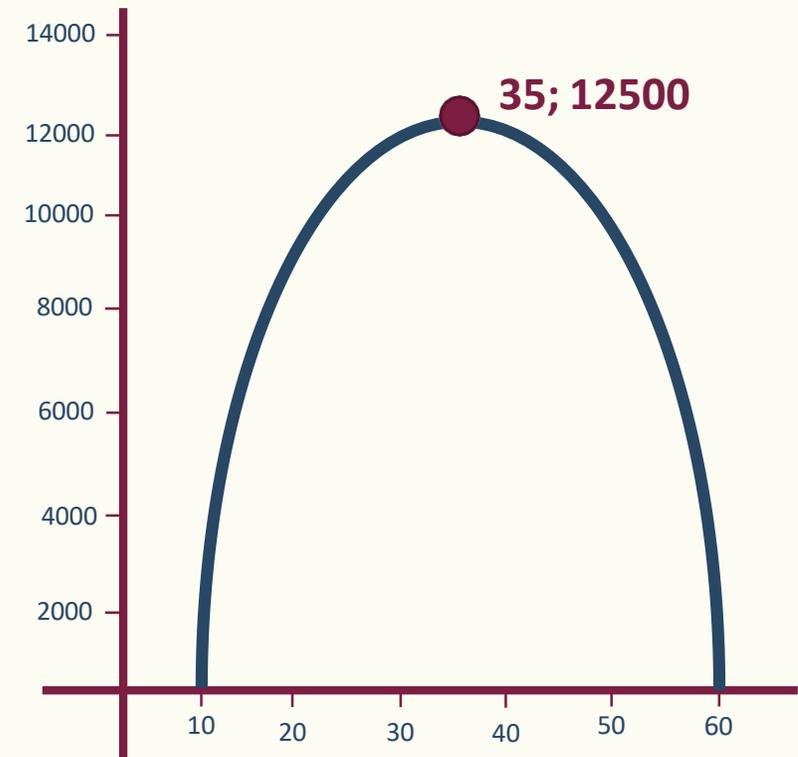
Cálculo de la ganancia máxima - Ejemplo

$$P(s) = -20s^2 + 1400s - 12000$$

$$12500 = -20s^2 + 1400s - 12000$$

$$s = 35$$

Es decir que se obtendrá una ganancia máxima de **\$12 500** cuando el precio de venta sea de **\$35**.

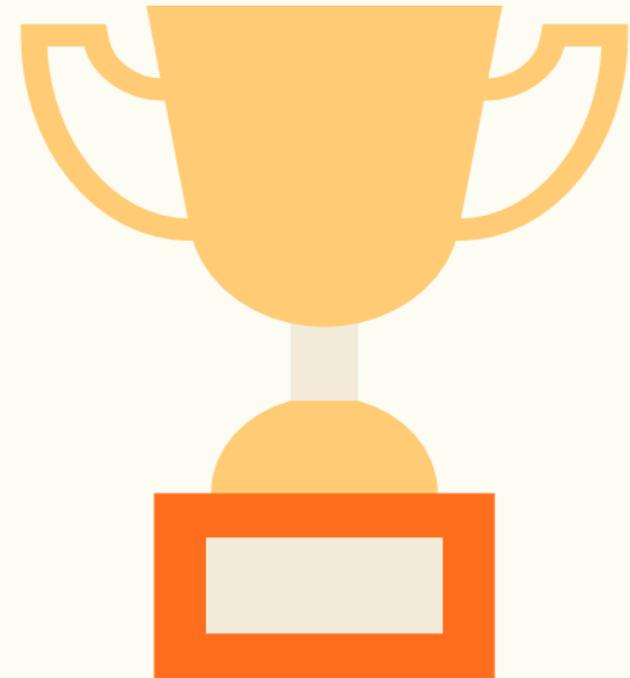


*Ahora veamos lo
que necesitamos
saber para resolver
esta ecuación.*



Logro de la sesión

Al finalizar la sesión de aprendizaje, el estudiante identifica y resuelve ecuaciones de segundo grado. Modela problemas sencillos y los resuelve.



Desaprende lo que te limita

Ecuación cuadrática

Es aquella ecuación polinomial de la forma:

$$P(x) = ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \neq 0$$



Métodos de solución

- Factorización
- Por fórmula

Factorización



Vamos a resolver una ecuación:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\begin{array}{cc} x & -5 \\ x & -1 \end{array}$$

Por Obs:

$$(x - 5)(x - 1) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0$$

$$x = 5 \quad \vee \quad x = 1$$

$$C.S = \{1, 5\}$$

Desaprende lo que te limita

Ahora te
toca a ti...



- $3x^2 - 5x = 0$

- $4x^2 = 9$

Ahora te
toca a ti!

Solución

- $3x^2 - 5x = 0$

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 3x - 5 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = \frac{5}{3}$$

$$\text{C.S.: } \left\{0, \frac{5}{3}\right\}$$

- $4x^2 = 9$

$$4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x)^2 - 3^2 = 0$$

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

$$2x + 3 = 0 \quad \vee \quad 2x - 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad \vee \quad x = \frac{3}{2}$$

$$\text{C.S.: } \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

Desaprende lo que te limita

Por fórmula

Las raíces de la ecuación cuadrática están dadas por:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Unos
ejemplos...



- Resolver la siguiente ecuación: $x^2 - 5x + 3 = 0$

Solución:

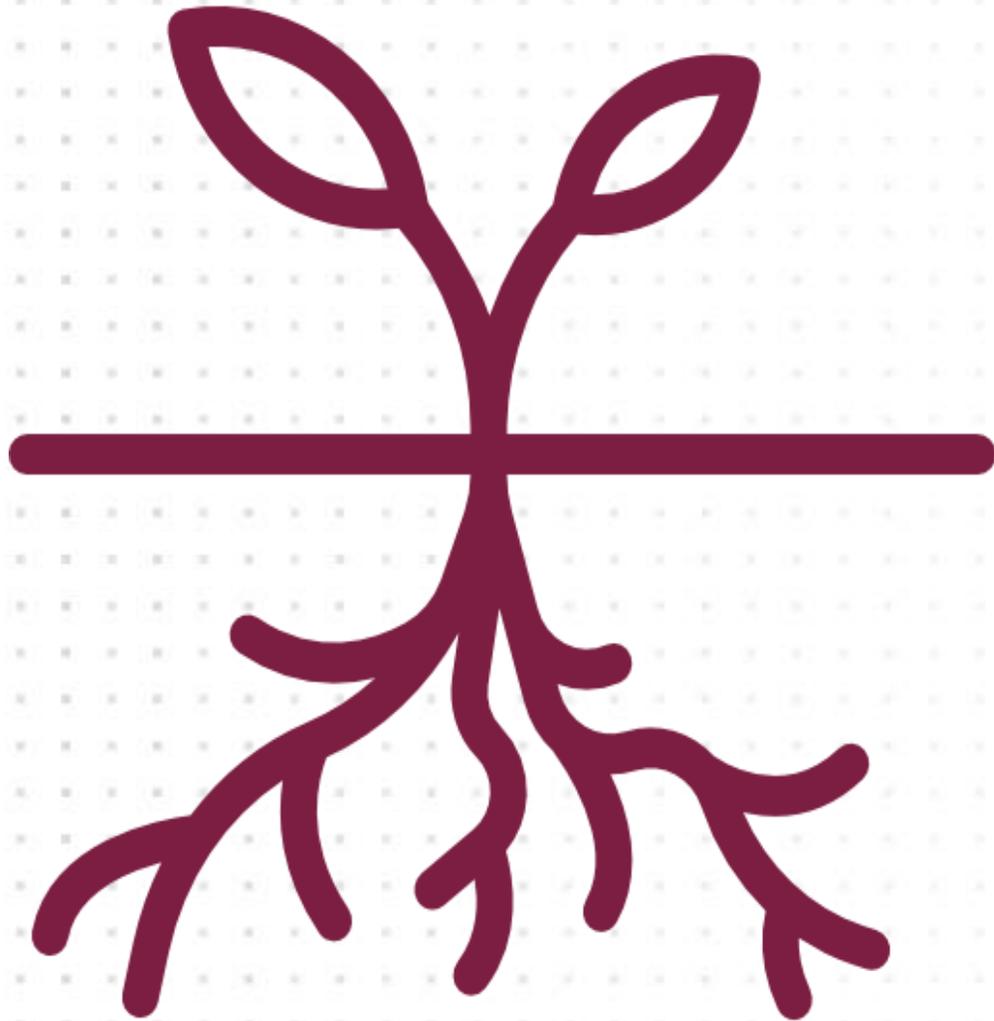
$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$a=1, b=-5, c=3$$

$$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$X = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$C.S = \left\{ \frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right\}$$



Naturaleza de las raíces

La discusión de las raíces (x_1 y x_2) de la ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$, depende de la Cantidad subradical $\Delta = b^2 - 4ac$, que se denomina discriminante o invariante característico.

Naturaleza de las raíces

Primer caso

- Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ (positivo)
- **Las raíces son reales desiguales o soluciones reales y diferentes**
- Si $\Delta = k^2$ (cuadrado perfecto), raíces racionales.
- Si $\Delta \neq k^2$, raíces irracionales conjugadas:
- $x_1 = m + \sqrt{n}$ y $x_2 = m - \sqrt{n}$

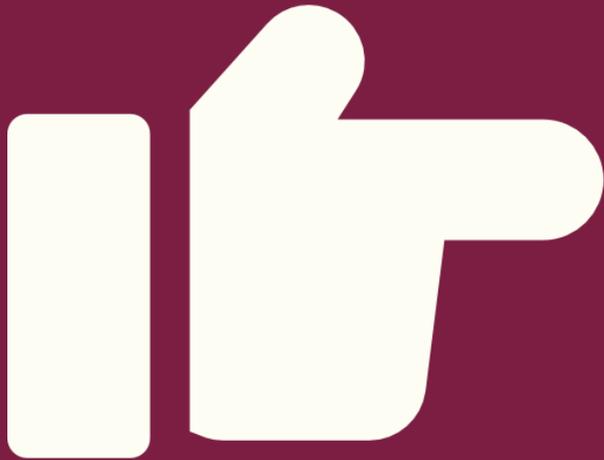
Segundo Caso

- Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$
- **Las raíces son reales iguales o solución única**
- El trinomio de la ecuación es un cuadrado perfecto.
- $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ C.S = $\left\{ \frac{-b}{2a} \right\}$
- Conjunto unitario

Tercer caso

- Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$
- (negativo)
- No existe solución en el conjunto de los números reales.

Ahora te
toca a ti...



Si la ecuación en “x”: $nx^2 + (2n - 1)x + n - 2 = 0$,
tiene raíces iguales, calcular el valor de “n”.

Propiedades de las raíces

Suma de raíces

$$\bullet x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Multiplicación de raíces:

$$\bullet (x_1)(x_2) = \frac{c}{a}$$

Nota:

- Si las raíces son simétricas (contrarias, opuestas), la suma de raíces es cero.
- Si las raíces son recíprocas (inversas), la multiplicación de raíces es 1.

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$(x_1)(x_2) = 1$$



Ahora te
toca a ti...



Dada la ecuación $x^2 - 6x - 9 = 0$, si sus raíces son r y s ,
calcular: $r^2 + s^2$

Reconstrucción de una ecuación de segundo grado

Dadas las raíces: x_1 y x_2 , la ecuación de incógnita x , se obtiene así:

1° por factorización:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

2° por propiedades de las raíces:

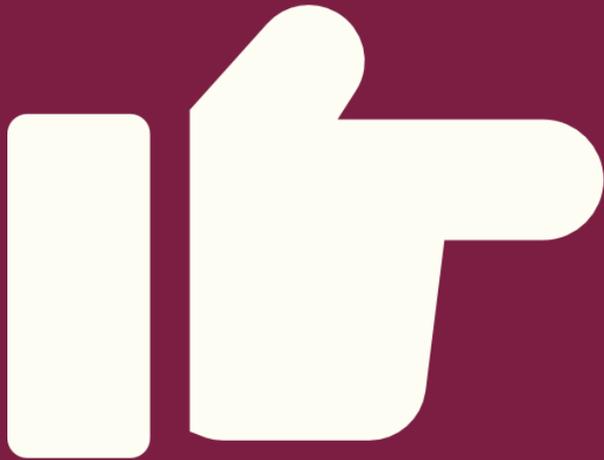
$$x^2 - Sx + P = 0$$

Donde:

$$S = x_1 + x_2$$

$$P = x_1 \cdot x_2$$

Ahora te
toca a ti...



Calcular la suma de coeficientes de una ecuación de segundo grado, si una de sus raíces es $7\sqrt{2}$

¿Qué hemos aprendido hoy?

- ¿Cuáles son las formas de resolver una ecuación cuadrática?
- ¿Cómo se calcula el discriminante?
- ¿Cómo se calcula la suma y multiplicación de raíces de una ecuación cuadrática?



**Universidad
Tecnológica
del Perú**