

División Algebraica

NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA-GESTIÓN



Universidad
Tecnológica
del Perú

Repaso de la sesión pasada...

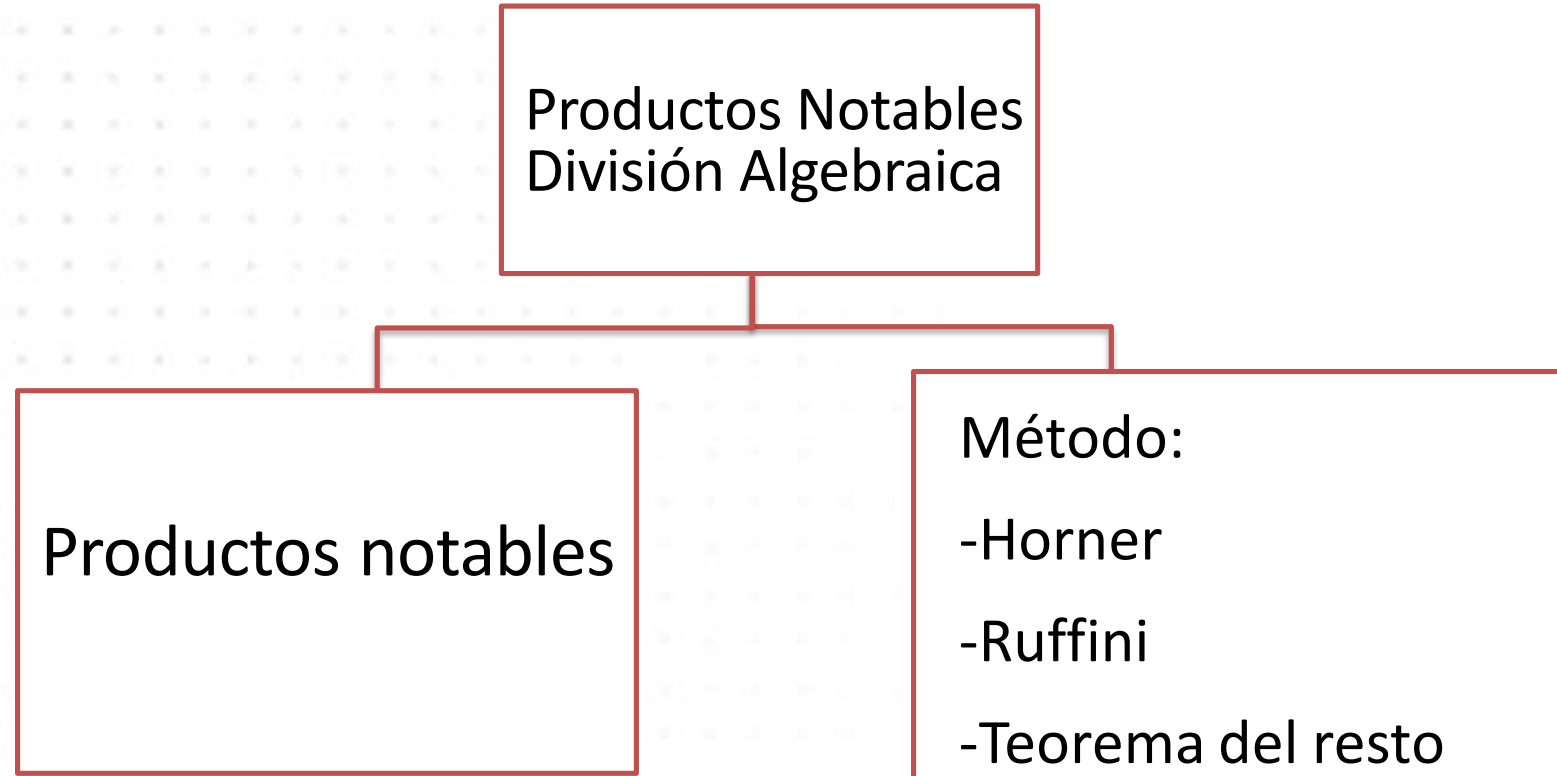
¿Qué son los polinomios especiales?

Menciona un polinomio especial y su concepto

¿Alguna duda sobre la sesión pasada?

Desaprende lo que te limita

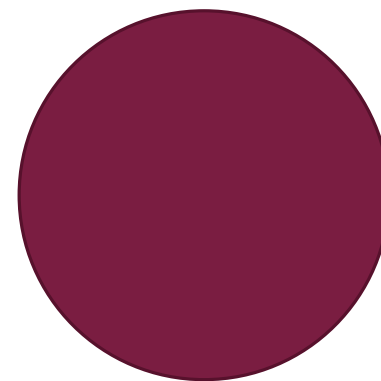
Esquema de la unidad





¿Cuántos términos
algebraicos puedes
observar en el
siguiente
polinomio?

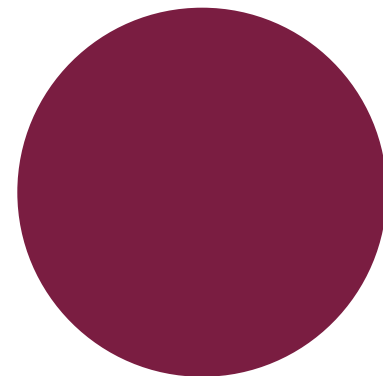
$$P(x) = 4x^5 - 2x^3 - 5x^2 + 7x - 2$$





¿Cuál es el grado
del siguiente
polinomio?

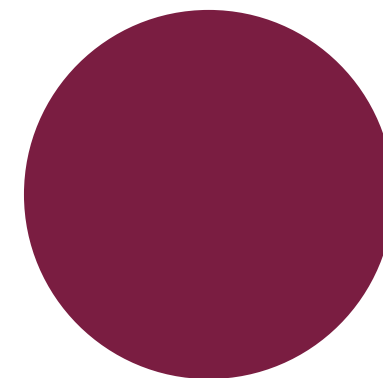
$$M(x) = 3x^4 - 4x^5 - 5x^3 + 9x - 10$$





¿Es $P(x)$ un
polinomio completo y
ordenado?

$$P(x) = a^3 x^5 - bx^4 + cx^3 + x - 1$$

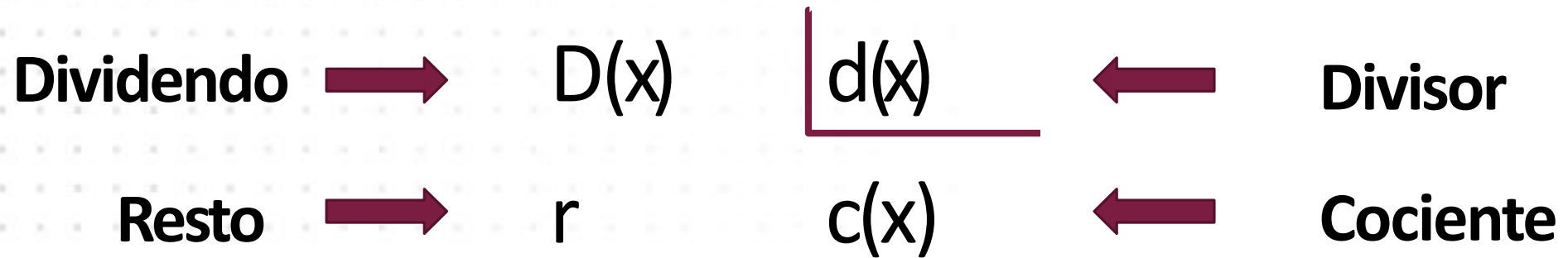


Logro de la sesión:



Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve ejercicios con autonomía y seguridad, cuya solución requiera del uso de los métodos sobre divisiones algebraicas.

Términos en una división



División Algebraica

Monomio entre monomio

Se tienen que aplicar las propiedades de la división de potencias. Primero se dividen los coeficientes de cada monomio con sus respectivos signos y luego la parte variable.

Ejemplo

Efectúa:

$$6x^3y^5z \div 2x^2y$$



Desaprende lo que te limita

Ejemplo

Efectúa:

$$6x^3y^5z \div 2x^2y$$

$$= \frac{6x^3y^5z}{2x^2y}$$

$$= 3x^{3-2}y^{5-1}z$$

$$= 3xy^4z$$



Resolvemos...

$$\frac{25x^4y^2z}{5x^2yz}$$

Resolvemos...

$$\frac{25x^4y^2z}{5x^2yz}$$

$$= 5x^{4-2} y^{2-1} z^{1-1}$$

$$= 5x^2 y^1 z^0$$

$$= 5x^2y$$

División Algebraica

Polinomio entre monomio

Para dividir un polinomio entre un monomio se divide cada término del polinomio entre el monomio y luego se opera al igual que en el caso de división de monomios.



Universidad
Tecnológica
del Perú

Resolvemos...

Efectúa:

$$\frac{15x^5y^3 - 25x^7y^2 + 5x^6y^5}{5x^4y^3}$$



Desaprende lo que te limita

Ejemplo

Efectúa:

$$\frac{15x^5y^3 - 25x^7y^2 + 5x^6y^5}{5x^4y^3}$$

$$= \frac{15x^5y^3}{5x^4y^3} - \frac{25x^7y^2}{5x^4y^3} + \frac{5x^6y^5}{5x^4y^3}$$

$$= 3x^1y^0 - 5x^3y^{-1} + x^2y^2$$

$$= 3x - \frac{5x^3}{y} + x^2y^2$$



Resolvemos...

$$\frac{14m^5n^3 + 21m^2 - 7n^2}{7m^3n}$$

Resolvemos...

$$\frac{14m^5n^3 + 21m^2 - 7n^2}{7m^3n}$$

$$= \frac{14m^5n^3}{7m^3n} + \frac{21m^2}{7m^3n} - \frac{7n^2}{7m^3n}$$

$$= 2m^{5-3}n^{3-1} + 3m^{2-3}n^{0-1} - 1m^{0-3}n^{2-1}$$

$$= 2m^2n^2 + 3m^{-1}n^{-1} - 1m^{-3}n^1$$

$$= 2m^2n^2 + \frac{3}{m \cdot n} - \frac{n}{m^3}$$

Desaprende lo que te limita

División Algebraica

Polinomio entre Polinomio

Se utilizan métodos prácticos como Horner y Ruffini con la finalidad que verifique la siguiente identidad

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + r(x)$$

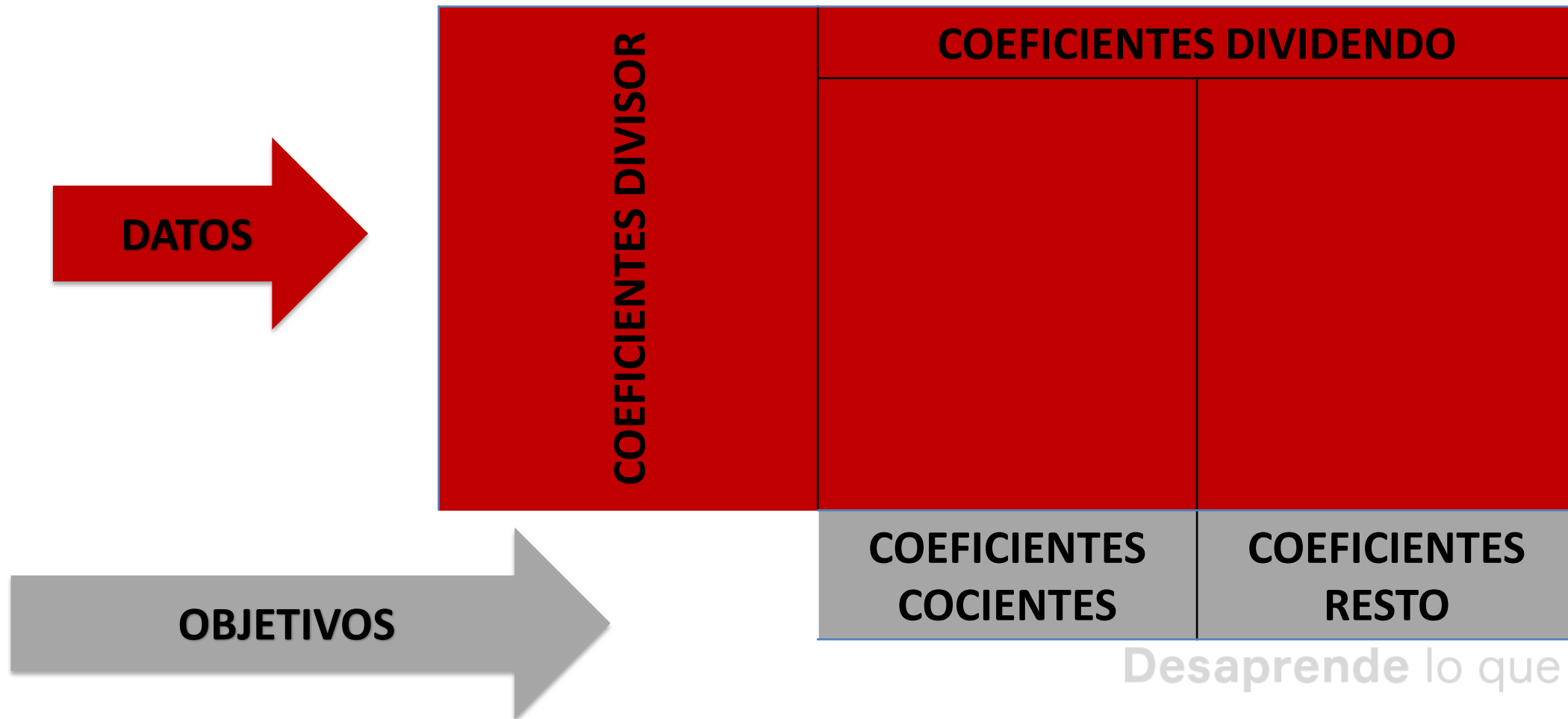
Donde:

- $D(x)$: Dividendo
- $d(x)$: Divisor
- $q(x)$: Cociente
- $r(x)$: Resíduo o Resto

Nota:

- $r(x)=0 \rightarrow$ "División Exacta"
- $r(x) \neq 0 \rightarrow$ "División Inexacta"

Método de Horner



Desaprende lo que te limita

Método de Horner - Procedimiento

$$D(x) = 9x^4 + 2x^2 + 6x - 8$$



$$d(x) = 3x^4 + x - 2$$

$$D(x) = 9x^4 + 0x^3 + 2x^2 + 6x - 8$$

1° Colocamos los coeficientes del dividendo y el divisor (completos y ordenados en forma descendente).

2° Los coeficientes del divisor cambian de signo a partir del segundo término.

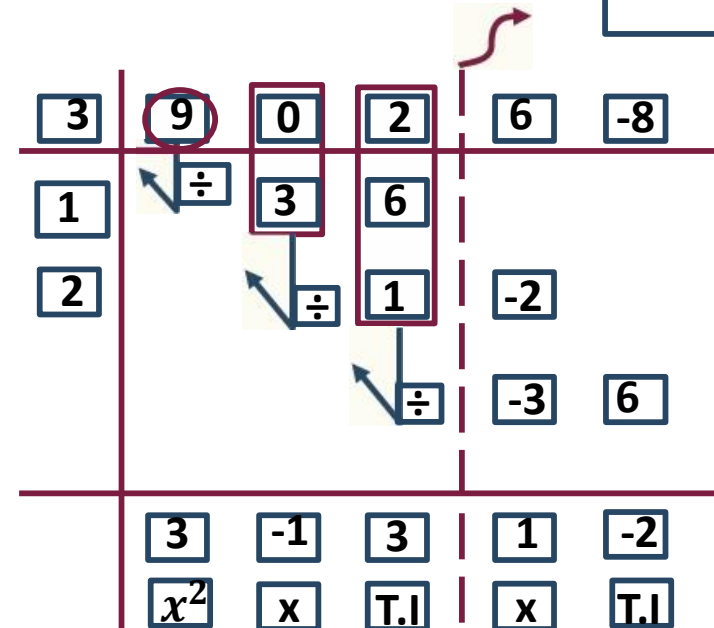
3° La cantidad de lugares que tiene el residuo es igual al grado del divisor contando de derecha a izquierda.

$$\therefore q(x) = 3x^2 - x + 3$$

$$r(x) = x - 2$$

2 lugares porque el grado del divisor es

2



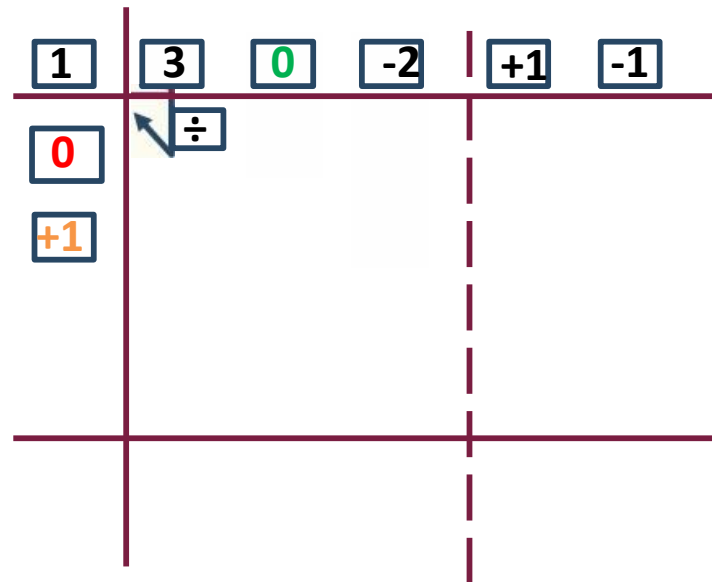
Resolvemos...

Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{3y^4 - 2y^2 + y - 1}{y^2 - 1}$$

Solución:

$$\frac{3y^4 + 0y^3 - 2y^2 + y - 1}{y^2 + 0y - 1}$$



Resolvemos...

Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{3y^4 + 0y^3 - 2y^2 + y - 1}{y^2 + 0y - 1}$$

Solución:

1	3	0	-2	+1	-1
0	÷	0	3		
+1		÷	0	0	
		÷		0	+1
	3	0	1	1	0
	y^2	y^1	y^0	y^1	y^0

$$q(y) = 3y^2 + 0y^1 + 1$$

$$q(y) = 3y^2 + 1$$

$$r(y) = 1y^1 + 0y^0$$

$$r(y) = y$$

Desaprende lo que te limita

Método Ruffini

Es un caso particular del Método de Horner. Se aplica para dividir un polinomio $D(x)$ entre un divisor $d(x)$, que tenga o adopte la forma lineal:

$$d(x) = Ax + B ; A \neq 0$$



Desaprende lo que te limita

Método Ruffini - Procedimiento

Ejemplo: Halle el cociente y el resto de dividir $D(x) = 8x^4 + 10x^4 + 0x^2 - x + 5$ entre $d(x) = 4x - 3$

Completando el $D(x) = 8x^4 + 10x^4 + 0x^2 - x + 5$

1° Colocamos los coeficientes del dividendo y el divisor (completos y ordenados)

$4x - 3 = 0$	8	10	0	-1	5
	↓				
$x = 3/4$		6	12	9	6
x ↶	8	16	12	8	11
$\div 4$	2	4	3	2	

Por tanto:

$$q(x) = 2x^3 + 4x^3 + 3x + 2$$

$$r(x) = 11$$

Nota: Si el valor de x al despejar el divisor es una fracción, entonces cada coeficiente del cociente aparente deberá ser dividido por el denominador de dicha fracción, obteniéndose los valores de los coeficientes reales del cociente final de la división.

Resolvemos...

Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2x - 4}{x - 2}$$

Solución:

$$x - 2 = 0$$
$$x = \frac{2}{1} = 2$$



Desaprende lo que te limita

Resolvemos...

Solución:

Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2x - 4}{x - 2}$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2}{1} = 2$$

	1	-3	+2	+2	-4
2		2	-2	0	4
	1	-1	0	2	0

Resolvemos...

Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2x - 4}{x - 2}$$

Solución:

$$x - 2 = 0$$
$$x = \frac{2}{1} = 2$$

	1	-3	+2	+2	-4
2		2	-2	0	4
÷1	1	-1	0	2	0
	1	-1	0	2	
	x^3	x^2	x^1	x^0	

$$q(x) = x^3 - x^2 + 2$$

$$r(x) = 0$$

Teorema del Resto

Consiste en calcular el resto de una división sin efectuarla, dividiendo un polinomio entre $ax + b$ es decir: $\frac{P(x)}{ax+b}$

Así, el resto se halla, obteniendo el valor del polinomio para $x = -\frac{b}{a}$

Por tanto: $\frac{P(x)}{ax+b}$ Resto = $P\left(-\frac{b}{a}\right)$

Teorema del Resto - Procedimiento

Ejemplo:

Halle el resto en: $\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x + 2}$

Solución: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

1° El divisor se iguala a cero $d(x) = x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

2° Se despeja esta variable. En nuestro caso: $x = -2$

3° El valor de la variable se reemplaza en el polinomio dividendo para reemplazarlo, luego se realizan las operaciones indicadas y obtenemos el resto.

$$R = P(-2)$$

$$R = (-2)^3 - 3(-2)^2 + 3(-2) - 1$$

$$R = -8 - 12 - 6 - 1$$

$$R = -27$$

Recuerda:
«R» es el resto, en consecuencia la respuesta es **-27**.



Desaprende lo que te limita

Resolvemos...

Halle el residuo de la siguiente división:

$$\frac{4x^2 + 2x^3 + 3x + 2}{x + 2}$$

Solución:

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$r = 4(-2)^2 + 2(-2)^3 + 3(-2) + 2$$

$$r = 4(4) + 2(-8) - 6 + 2$$

$$r = 16 - 16 - 4$$

$$r = -4$$

¿Qué hemos aprendido hoy?

- ¿Cuál de los métodos te pareció más sencillo para dividir polinomios?
- ¿Cómo eliges el método para realizar la división de polinomios?
- ¿Cuándo utilizas el método del resto?



**Universidad
Tecnológica
del Perú**