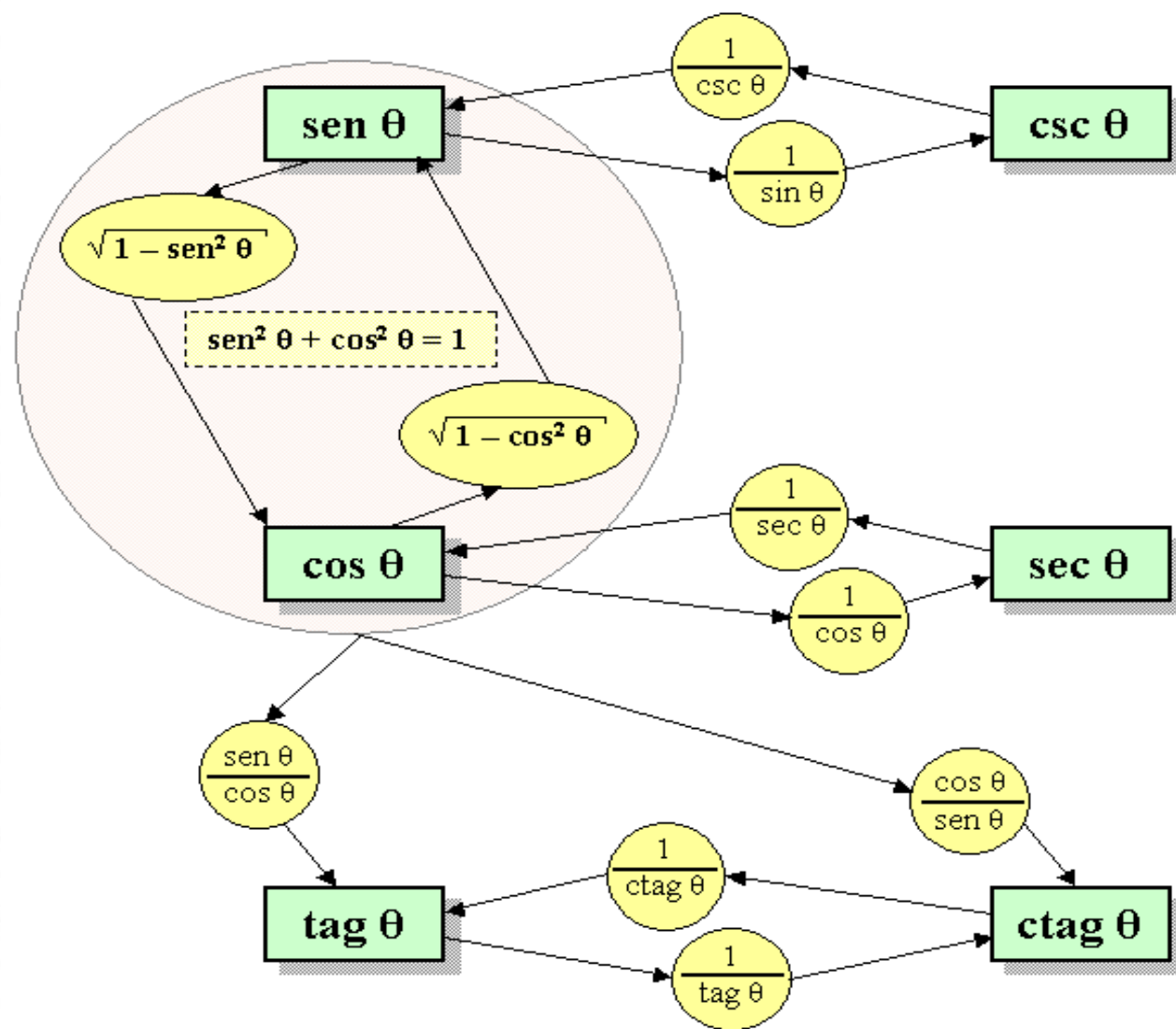


Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad
Tecnológica
del Perú



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS



Universidad
Tecnológica
del Perú

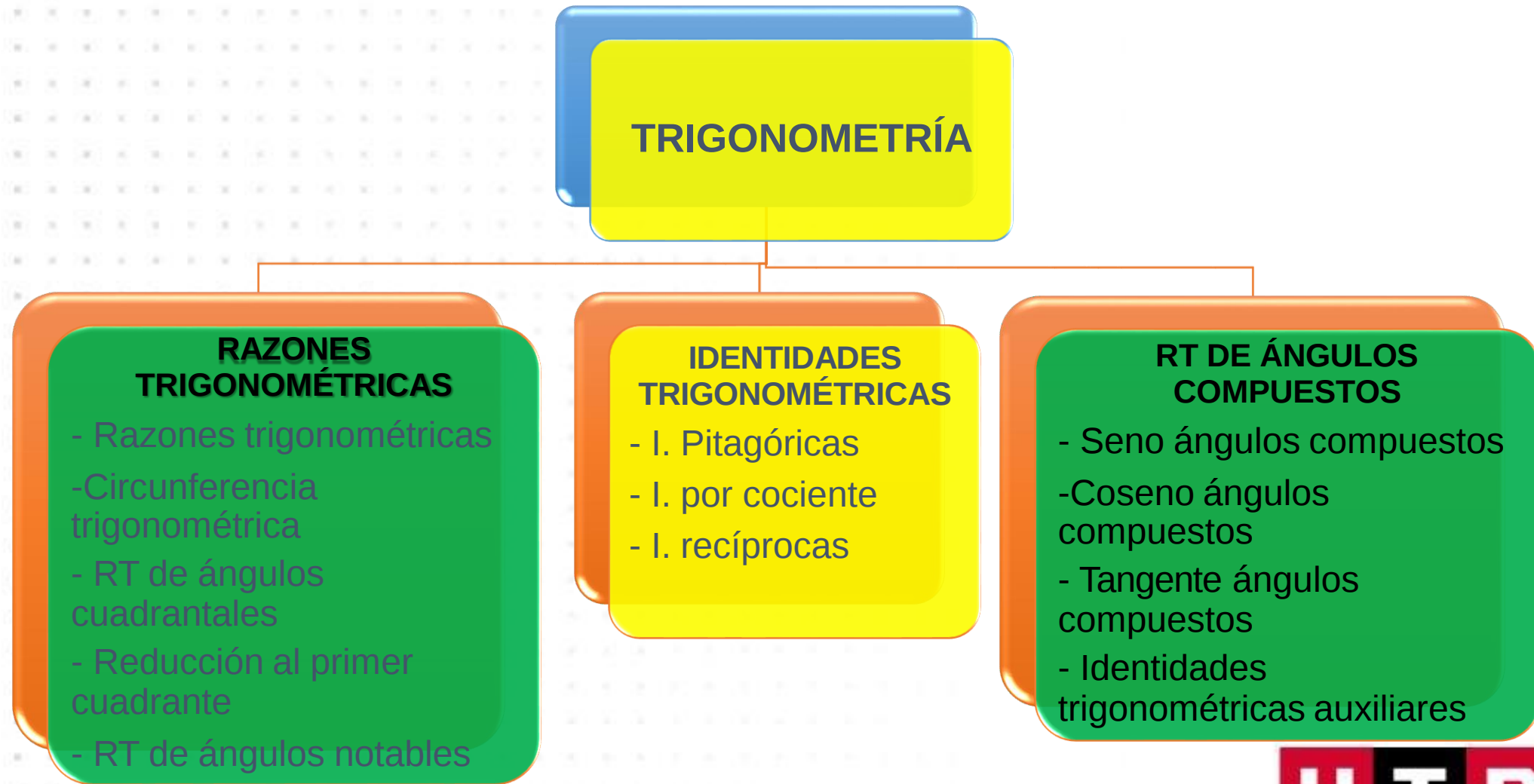
LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante simplifica expresiones utilizando las identidades trigonométricas y las aplica con autonomía y seguridad a la resolución de problemas de contexto real.



Universidad
Tecnológica
del Perú

ESQUEMA DE LA UNIDAD



Rev. Clase anterior ■

SABERES PREVIOS:

1. Que es una identidad trigonométrica:
2. Como se forman:
3. Cuáles son:
4. Cuales son:

Para que sirven las

La trigonometría es la rama de las matemáticas que es necesaria tanto para el estudio geométrico como para el cálculo y el análisis matemático.

Existen diversas **aplicaciones de la trigonometría** en la ciencia y en la vida cotidiana. Uno de los ejemplos más notables de ello es en la matemática, ya que interviene en todos sus campos

Aplicaciones en la astronomía, arquitectura, navegación, geografía, biología, etc.



Universidad
Tecnológica
del Perú

Identidades trigonométricas

Una **Identidad Trigonométrica** es una igualdad entre expresiones que contienen **funciones trigonométricas** y es válida para todos los valores del ángulo en los que están definidas las funciones (y las operaciones aritméticas involucradas).



Universidad
Tecnológica
del Perú

Identidades pitagóricas

$$\text{Sen}^2 \alpha + \text{Cos}^2 \alpha = 1 \quad , \forall \alpha \in R$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{Sen}^2 \alpha = 1 - \text{Cos}^2 \alpha \\ \text{Cos}^2 \alpha = 1 - \text{Sen}^2 \alpha \end{cases}$$

Identidades pitagóricas

$$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha \quad , \forall \alpha \neq (2n + 1) \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1 \\ \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\csc^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha \quad , \forall \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \csc^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1 \\ \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

Identidades por cociente

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha} ; \forall \alpha \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{Cos}\alpha}{\text{Sen}\alpha}; \quad \forall \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

Identidades recíprocas

$$\text{Sen} \alpha . \text{Csc} \alpha = 1; \forall \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \text{Csc} \alpha = \frac{1}{\text{Sen} \alpha}$$

$$\text{Tan} \alpha . \text{Cot} \alpha = 1; \forall \alpha \neq n \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \text{Cot} \alpha = \frac{1}{\text{Tan} \alpha}$$

$$\text{Cos} \alpha . \text{Sec} \alpha = 1; \forall \alpha \neq (2n + 1) \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \text{Sec} \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

Ejercicios explicativos

1. Simplificar:

$$E = (\text{Sen } x + \text{Cos } x)^2 + (\text{Sen } x - \text{Cos } x)^2$$

Solución:

$$E = (\text{Sen } x + \text{Cos } x)^2 + (\text{Sen } x - \text{Cos } x)^2$$

$$E = (\text{sen}^2 x + 2\text{sen}x \cos x + \cos^2 x + \text{sen}^2 x - 2\text{sen}x \cos x + \cos^2 x)$$

$$E = (\text{sen}^2 x + \cos^2 x + \text{sen}^2 x + \cos^2 x)$$

$$E = (1 + 1)$$

$$E = 2$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

Ejercicios explicativos

2. Demostrar: $1 - \text{Sen}\theta . \text{Cos}\theta . \text{Tan}\theta = \text{Cos}^2\theta$

Solución:

$$\begin{aligned} & 1 - \text{Sen}\theta . \text{Cos}\theta . \text{Tan}\theta \\ &= 1 - \text{Sen}\theta . \text{Cos}\theta . \frac{\text{Sen}\theta}{\text{cos}\theta} \\ &= 1 - \text{Sen}\theta . \text{Sen}\theta \\ &= 1 - \text{Sen}^2\theta \\ &= \text{cos}^2\theta \end{aligned}$$

Ejercicios explicativos

3. Demostrar que: $2 \csc^2 x = \frac{1}{(1 + \cos x)} + \frac{1}{(1 - \cos x)}$

Solución:

$$\frac{1}{(1 + \cos x)} + \frac{1}{(1 - \cos x)} = \frac{(1 - \cos x) + (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \quad (\text{aplicando producto cruzado})$$

$$= \frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \quad (\text{Suprimiendo paréntesis})$$

$$= \frac{1 - \cancel{\cos x} + 1 + \cancel{\cos x}}{1 - \cos^2 x} \quad (\text{Cancelando términos y sumando semejantes})$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x} \quad (\text{aplicando identidad pitagórica a } 1 - \cos^2 x)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{\sin^2 x} \right) \quad (\text{sacando a 2 como factor})$$

$$= 2 \csc^2 x$$



Ejercicio

4. Si: $\csc \theta - \cot \theta = \frac{1}{5}$ Calcular: $E = \sec \theta + \tan \theta$

$$E = \frac{3}{2}$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

Ejercicio

5. Si: $12 \cos^2 x + 23 \operatorname{sen} x = 22.$

Calcular $\operatorname{sen} x$

$$\operatorname{Sen} x = \frac{2}{3}$$

Ejercicio

6. Si: $\text{Sen } x \cdot \text{Cos } x = 1,5$, hallar: $P = \text{Sen } x + \text{Cos } x$

$$P = 2$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

¿Qué hemos
aprendido hoy?

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

PITAGÓRICAS

$$\text{Sen}^2\alpha + \text{Cos}^2\alpha = 1$$

$$\text{Sec}^2\alpha = \text{Tan}^2\alpha + 1$$

$$\text{Csc}^2\alpha = \text{Cot}^2\alpha + 1$$

POR COCIENTE

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha}$$

$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{Cos}\alpha}{\text{Sen}\alpha}$$

RECIPROCAS

$$\text{Sen } x \text{ csc } x = 1$$

$$\text{Cos } x \text{ sec } x = 1$$

$$\text{Tan } x \text{ cot } x = 1$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

Gracias