

# Nivelación de Matemática para Ingeniería



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# CÓNICAS I: CIRCUNFERENCIA Y PARÁBOLA



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

¿Qué forma tiene esta construcción?



¿y esta otra?



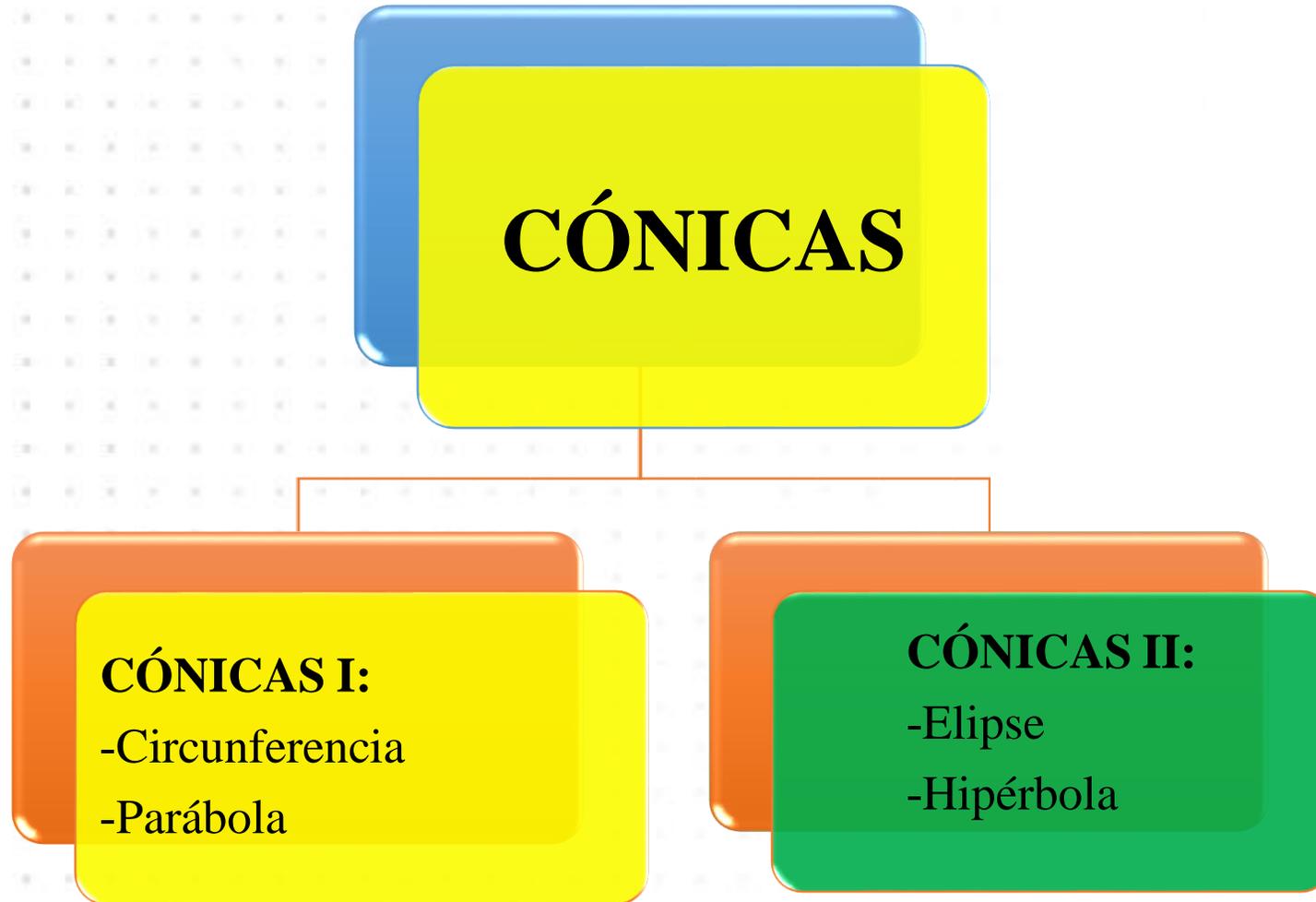
La trayectoria de una pelota que rebota es una sucesión

## **LOGRO DE LA SESIÓN**

**Al finalizar la sesión de aprendizaje el alumno resuelve problemas con autonomía y seguridad, cuya solución requiera del uso de las ecuaciones de la circunferencia y la parábola.**



# Esquema de la unidad



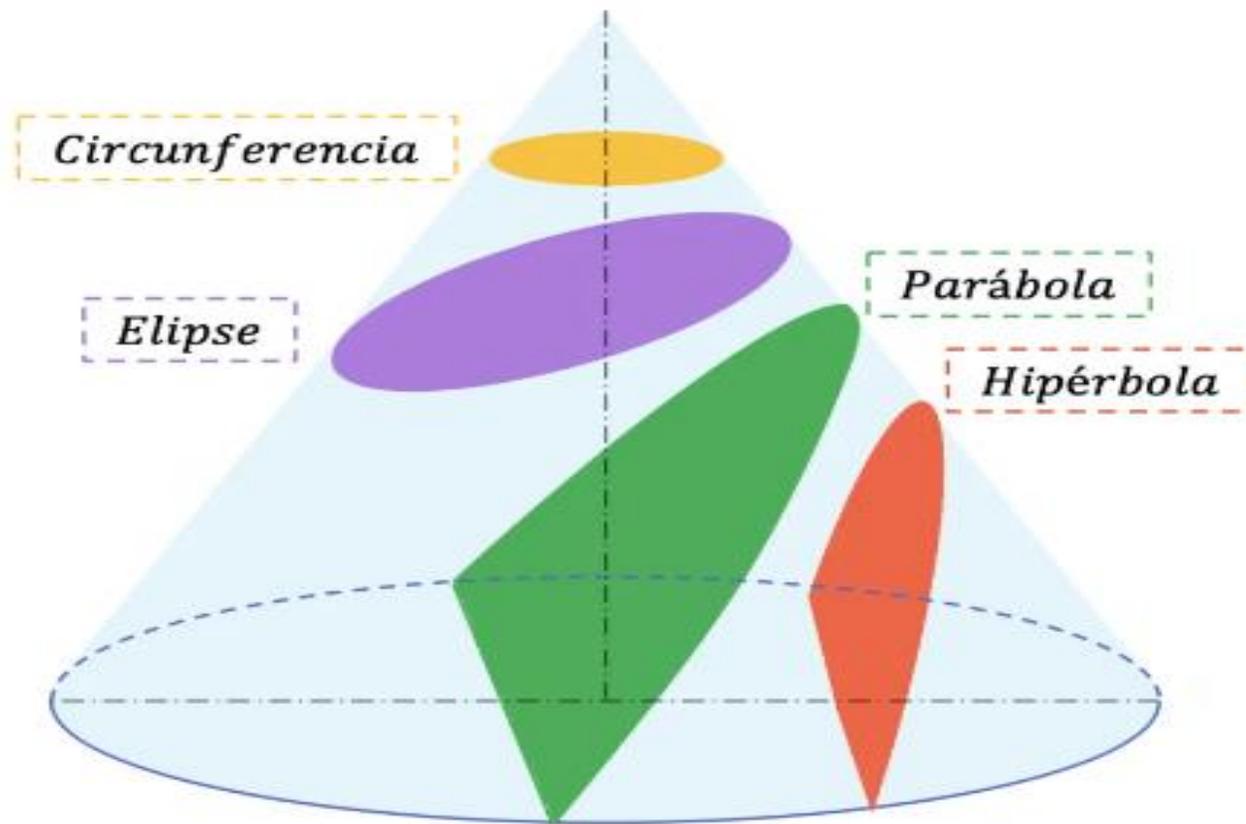
Rev. Clase anterior



**SABERES  
PREVIOS:**

1. Que es una cónica:
2. Como se forman las cónicas:
3. Cuá nombre son las cónicas:
4. Como se identifica a una cónica:
5. Para que sirven las cónicas:

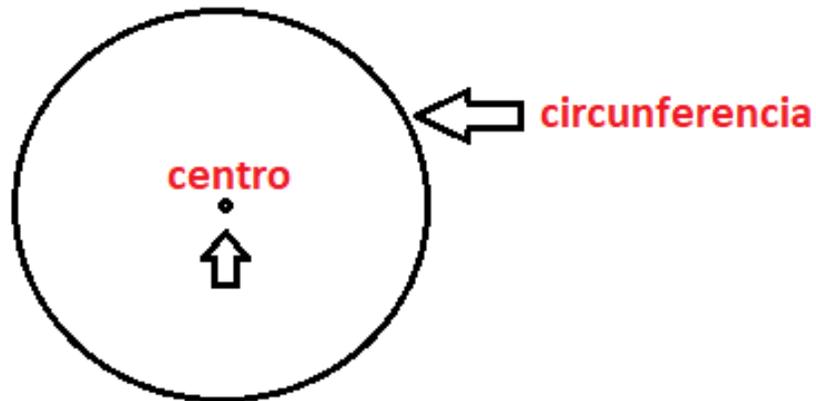




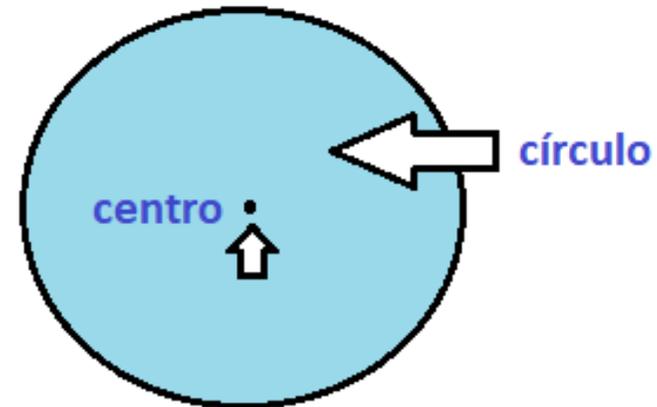
**En geometría analítica, las secciones cónicas (o simplemente cónicas) son todas las curvas resultantes de las diferentes intersecciones entre un cono y un plano, cuando ese plano no pasa por el vértice del cono. Existen cuatro tipos de secciones cónicas: la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola.**

# La circunferencia

La circunferencia es una línea curva, cerrada y plana, cuyos puntos están a la misma distancia de otro llamado centro

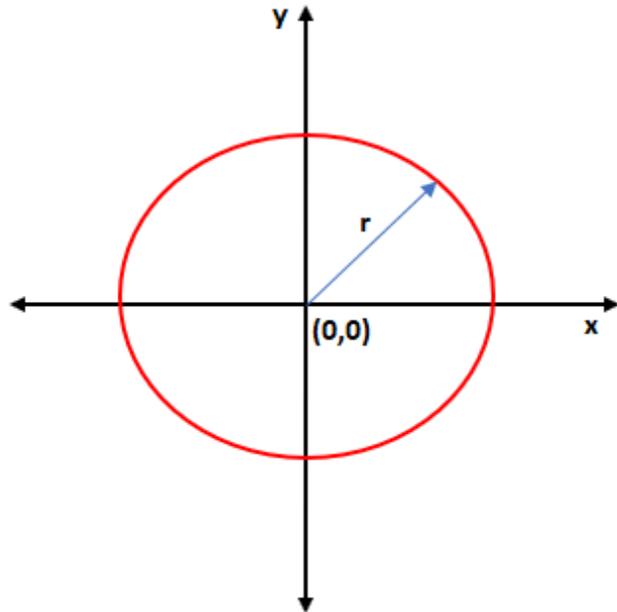


El círculo es la superficie interior de la circunferencia.



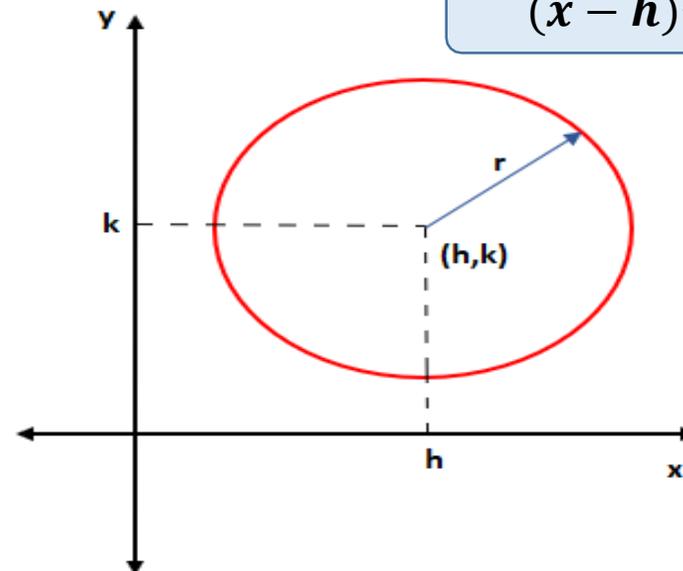
# La circunferencia

Ecuación de la circunferencia cuyo centro es  $C = (0; 0)$  y de radio  $r$



$$x^2 + y^2 = r^2$$

Ecuación de la circunferencia cuyo centro es  $C = (h; k)$  y de radio  $r$



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Ecuación general:

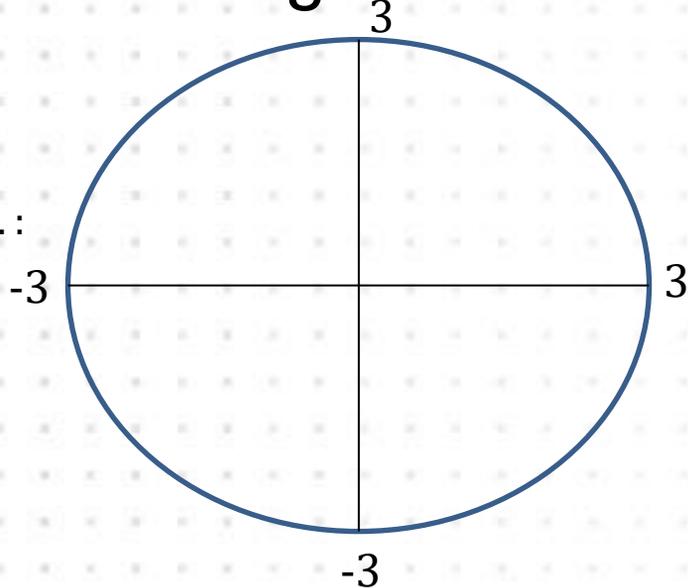
$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

# La circunferencia

Ejemplos:

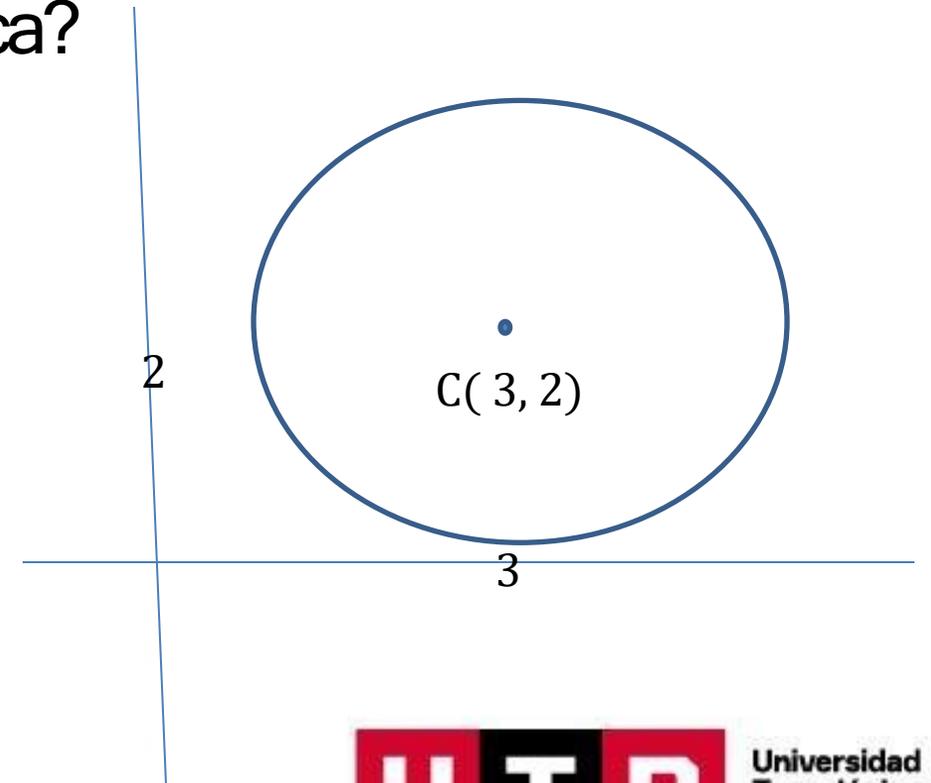
1. Si:  $x^2 + y^2 = 3^2$  es la ecuación de una circunferencia, ¿cuál sería su gráfica?

Sol.:



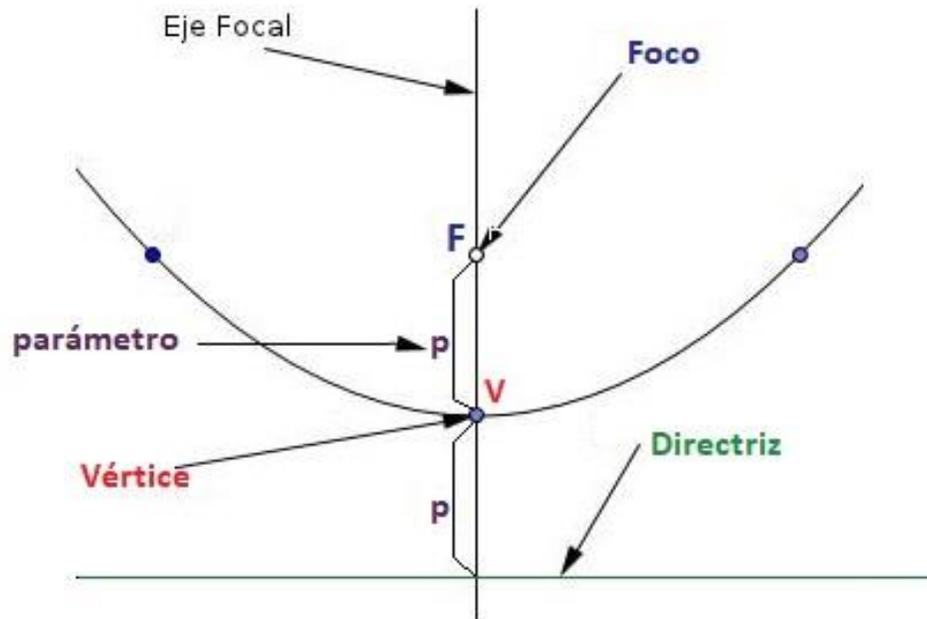
2. Si:  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1^2$  es la ecuación de una circunferencia, ¿cuál sería su gráfica?

Sol.:



# La parábola

Se denomina parábola al lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de una recta dada, llamada directriz, y de un punto exterior a ella, llamado foco.



**Directriz**, es la recta perpendicular al eje focal tal que su distancia al vértice es “p”

**Eje Focal**, es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco.

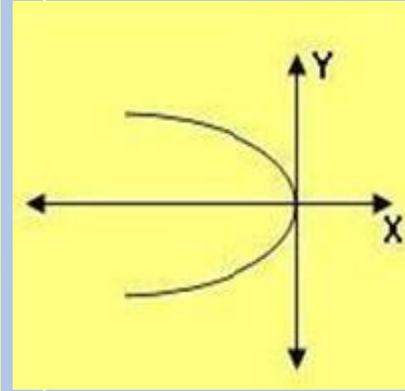
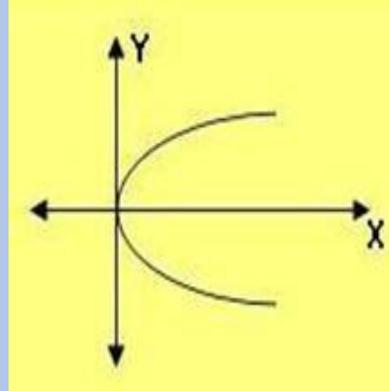
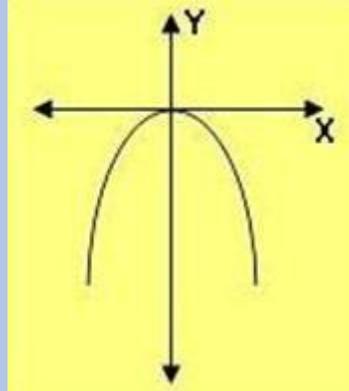
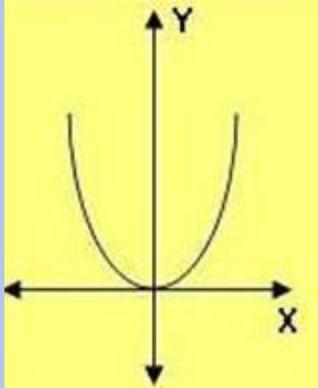
**Vértice**, es el punto en el cual la parábola corta el eje focal.

**Parámetro**, es la distancia entre el vértice y la directriz que es la misma entre el vértice y el foco de una parábola (se denota por “p”).

# La parábola

## Ecuaciones de la Parábola

Parábola con vértice (0, 0)



Ecuación canónica

$$x^2 = 4py$$

$$x^2 = -4py$$

$$y^2 = 4px$$

$$y^2 = -4px$$

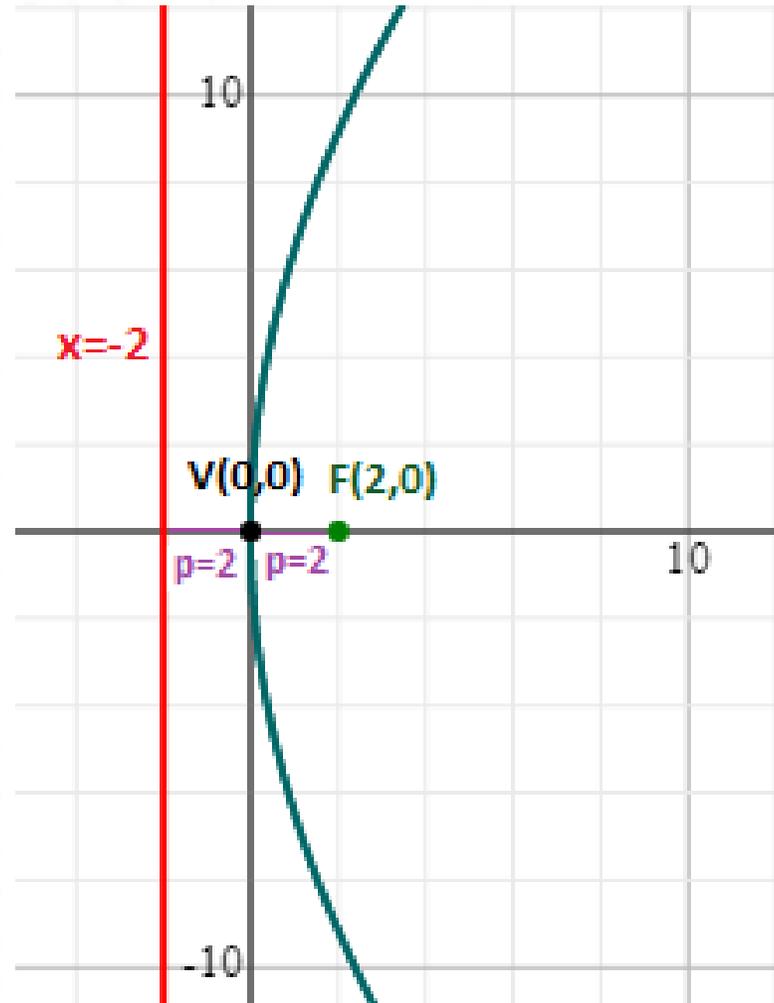
## Ejemplos:

1. Sea:  $y^2 = 8x$

Halle el vértice, el foco y grafique

**Sol.:**

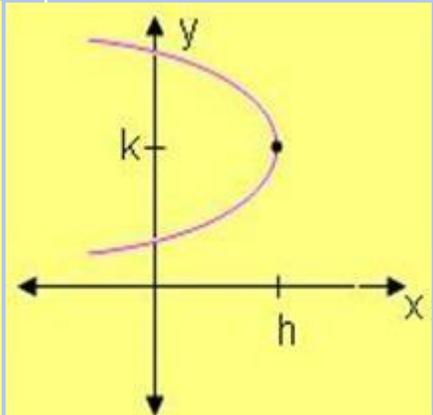
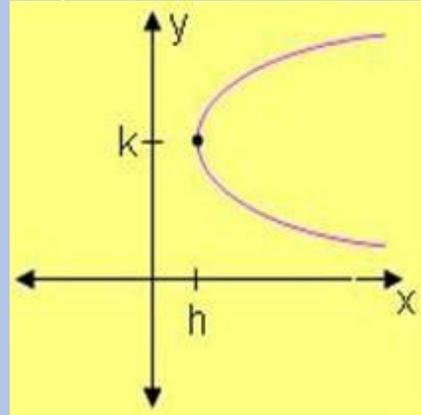
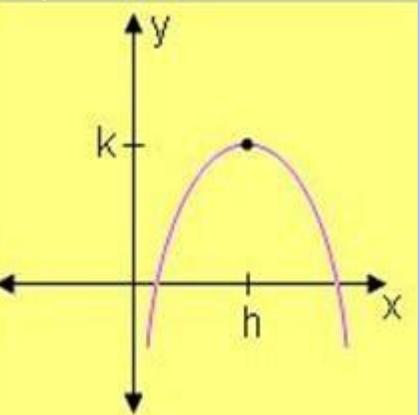
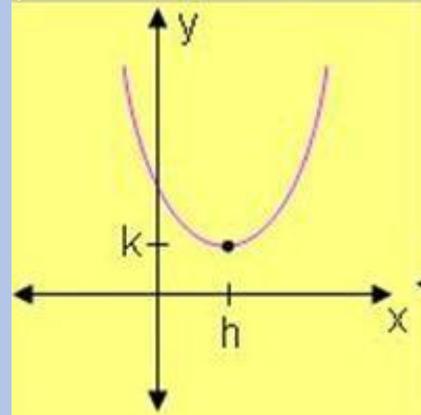
- Vértice  $(0,0)$ ,
- $4p = 8 \rightarrow p = 2$
- Foco  $(2,0)$



# La parábola

## Ecuaciones de la Parábola

Parábola con vértice  $(h, k)$



Ecuación canónica

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$(x - h)^2 = -4p(y - k)$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$(y - k)^2 = -4p(x - h)$$

Ejemplo:

Dada la parábola  $(y - 2)^2 = 8(x - 3)$ . Calcular su vértice, su foco, la recta directriz y graficarla.

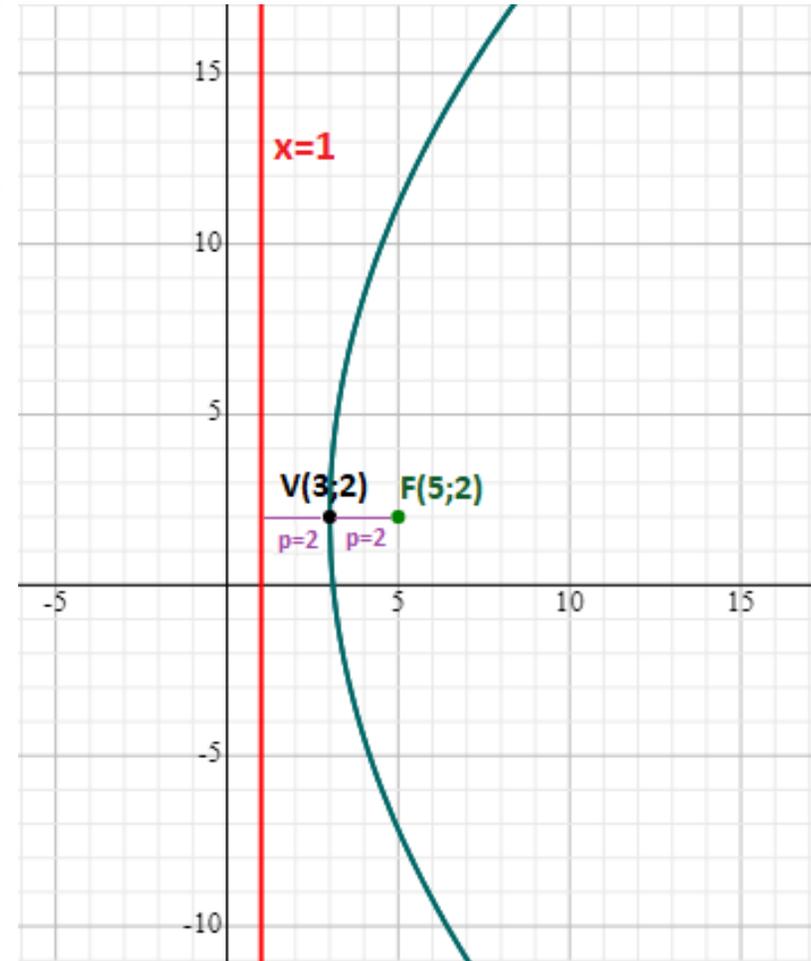
**Sol.:**

Vértice:  $(3; 2)$  ;

$$4p = 8$$

$$p = 2$$

entonces el  
foco  
será:  $F(5; 2)$



# Ejercicios explicativos

1. Halla y grafica a la ecuación ordinaria de la circunferencia de centro  $(-3, 0)$  y que pasa por  $(3, -8)$ .

Solución

$$\| \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 \| = r$$

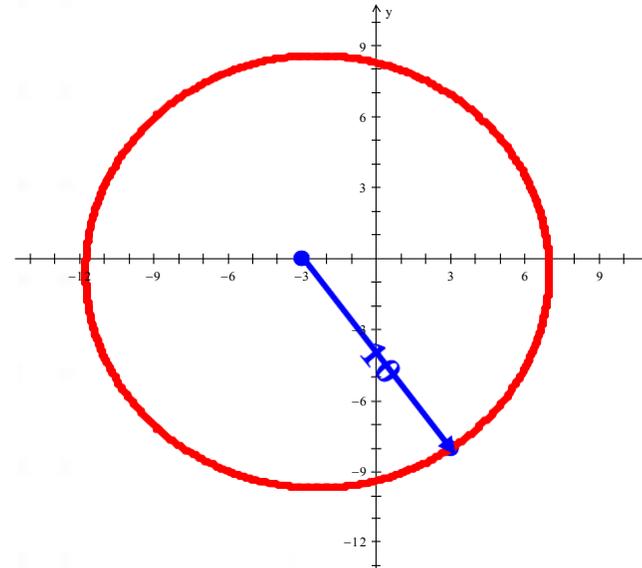
$$\| (3, -8) - (-3, 0) \| = r$$

$$\| (3 + 3, -8 - 0) \| = r$$

$$\sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = r$$

$$10 = r$$

$$\textcircled{1} (x + 3)^2 + (y)^2 = 100$$



# Ejercicios explicativos

2. Dada la siguiente ecuación:  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 6 = 0$ ; encuentre si es posible el centro y radio de la circunferencia.

**Solución**

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 6 = 0$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 8y + 6 = 0$$

$$(x - 3)^2 - 9 + (y + 4)^2 - 16 + 6 = 0$$

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 19$$

Rpta. C( 3; 4) y  $r = \sqrt{19}$

3. Dada la parábola  $x^2 + 6x + 4y + 1 = 0$  Calcular su vértice, su foco, la recta directriz y graficarla.

Solución

$$x^2 + 6x = -4y - 1$$

$$(x + 3)^2 - 9 = -4y - 1$$

$$(x + 3)^2 = -4y + 8$$

$$(x + 3)^2 = -4(y - 2)$$

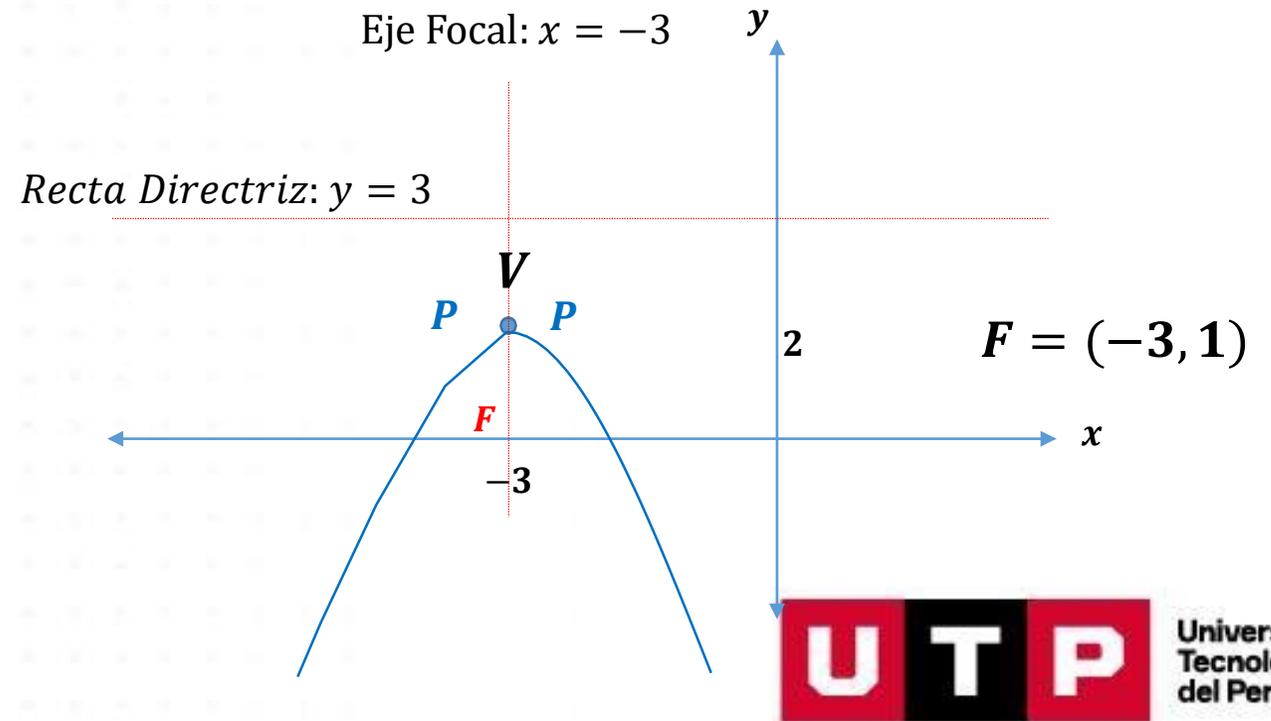
$$(x + h)^2 = 4P(y - k)$$

$$V = (h, k) = (-3, 2)$$

$$4P = -4 \rightarrow P = -1$$

$$x^2 + 6x + 4y + 1 = 0$$

$$(x + 3)^2 = -4(y - 2)$$



# Ejercicios para desarrollar en clase

1. Indicar la ecuación de la circunferencia con centro en  $(-3; 4)$  y radio 6.



# Ejercicios para desarrollar en clase

2. Encuentre el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$



# Ejercicios para desarrollar en clase

3. Determine la ecuación de la parábola que tiene:

Directriz:  $y = -5$  Vértice:  $(0,0)$



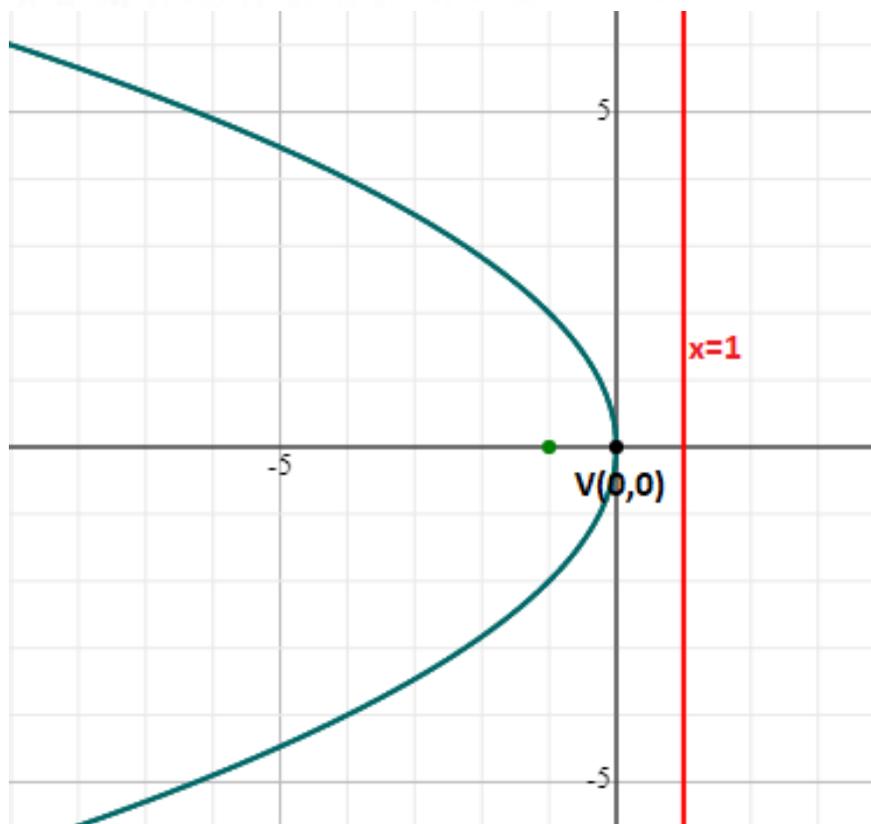
# Ejercicios para desarrollar en clase

4. Dada la parábola  $(x - 3)^2 = 8(y - 2)$ . Calcular su vértice, su foco, la recta directriz y graficarla.



## EJERCICIO RETO

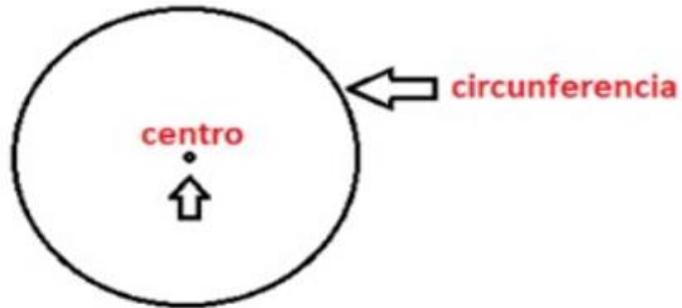
Halla la ecuación del siguiente grafico:



# Resumen:

## CÓNICA I

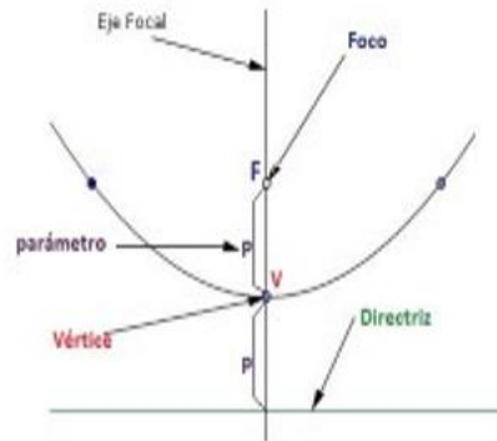
### CIRCUNFERENCIA



$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

### PARÁBOLA



$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

¿Qué aprendimos hoy?

Responda correctamente:

\*La siguiente ecuación  $x^2 + y^2 = 16$ , corresponde a una:

\*¿Qué elementos tiene la representación gráfica de una parábola?

**Gracias**