

Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad
Tecnológica
del Perú

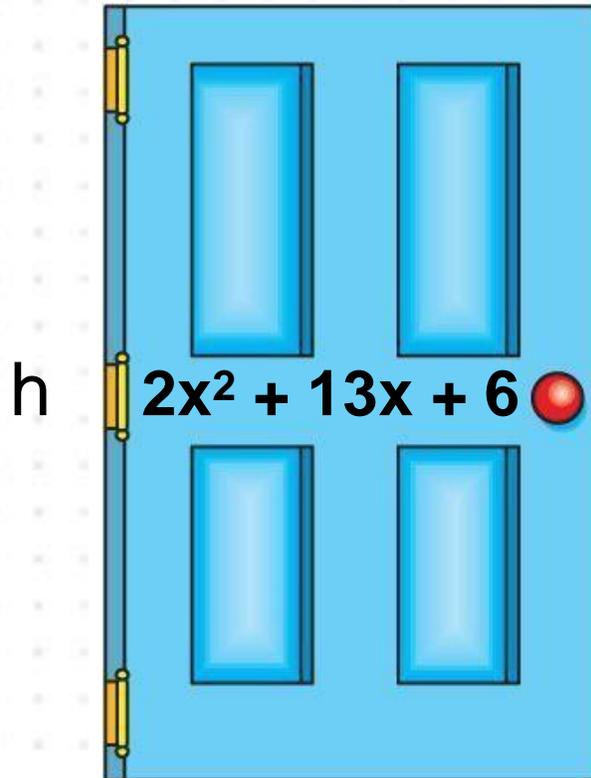
Factorización en \mathbb{Q}

MCD y MCM – Fracciones algebraicas



Universidad
Tecnológica
del Perú

Si el área de una puerta es $(2x^2+13x+6)$ metros y el ancho mide $(2x+1)$ metros. ¿Cuánto mide su altura?



LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante identifica el MCD y MCM y los aplica en la resolución de fracciones algebraicas.



Rev. Clase anterior:



**SABERES
PREVIOS**

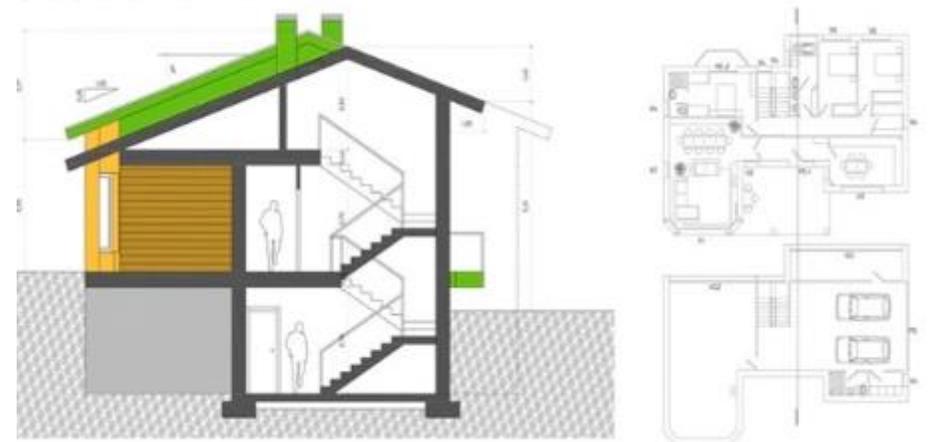
1. Cuando se dice que dos fracciones son:
homogéneas. Ej.
heterogéneas. Ej.
2. ¿Como se suman o restan fracciones homogéneas y heterogéneas?
3. Que es un múltiplo:
4. Cuando se da el MCM:
X ej. El MCM de 6 y 8 es:
5. cuando se da el MCD:
X eje. El MCD de 8, 12 y 20 es:



Universidad
Tecnológica
del Perú

IMPORTANCIA- UTILIDAD

El MCM y el MCD son una herramienta que nos permite simplificar expresiones algebraicas, y es de particular importancia en las operaciones de expresiones algebraicas. El MCD y MCM más que un tema de álgebra es una herramienta de trabajo. Si se analiza detalladamente la gente se daría cuenta de su aplicación práctica en las operaciones algebraicas en especial las racionales.



Universidad
Tecnológica
del Perú

ESQUEMA DE LA UNIDAD



Máximo Común Divisor (MCD)

El Máximo Común Divisor de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica cuyo coeficiente es el MCD de los coeficientes de los polinomios dados, y cuya parte variable está conformada por los factores primos comunes elevados al menor exponente.

$$A = 15(x + 3)^3 (x - 2)^2 (x + 4)^5$$

$$B = 10(x - 5)^2 (x + 3)^2 (x + 4)^6$$

$$\text{MCD}(A, B) = 5(x + 3)^2 (x + 4)^5$$



Mínimo Común Múltiplo (MCM)

El Mínimo Común Múltiplo de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica cuyo coeficiente es el MCM de los coeficientes de los polinomios dados, y cuya parte variable está conformada por todos los factores primos comunes elevados al mayor exponente y todos los factores primos no comunes.

$$A = 6(x + 3)^2 (x - 2)^5 (x + 1)^2$$

$$B = 10(x + 3)^3 (x + 4)^2 (x - 2)^2$$

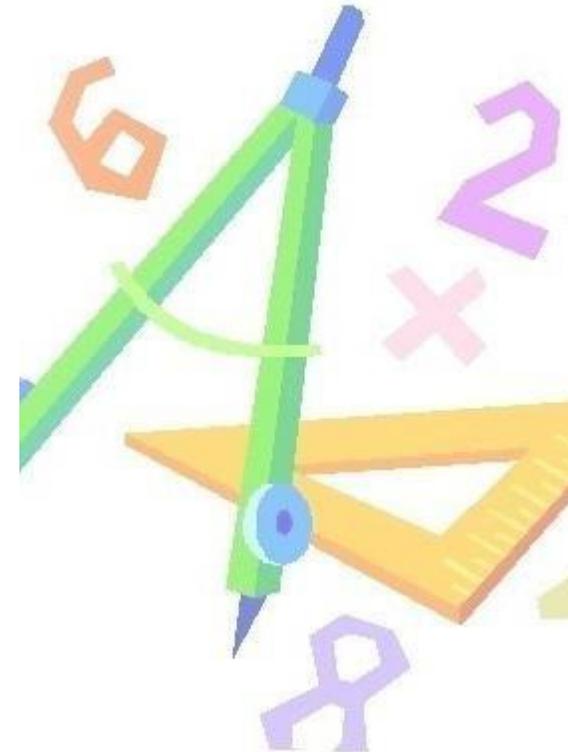
$$\text{MCM}(A, B) = 30(x + 3)^3(x - 2)^5(x + 4)^2(x + 1)^2$$



Fracción algebraica

Una fracción algebraica es igual que una fracción común, excepto que las variables se encuentran en el denominador.

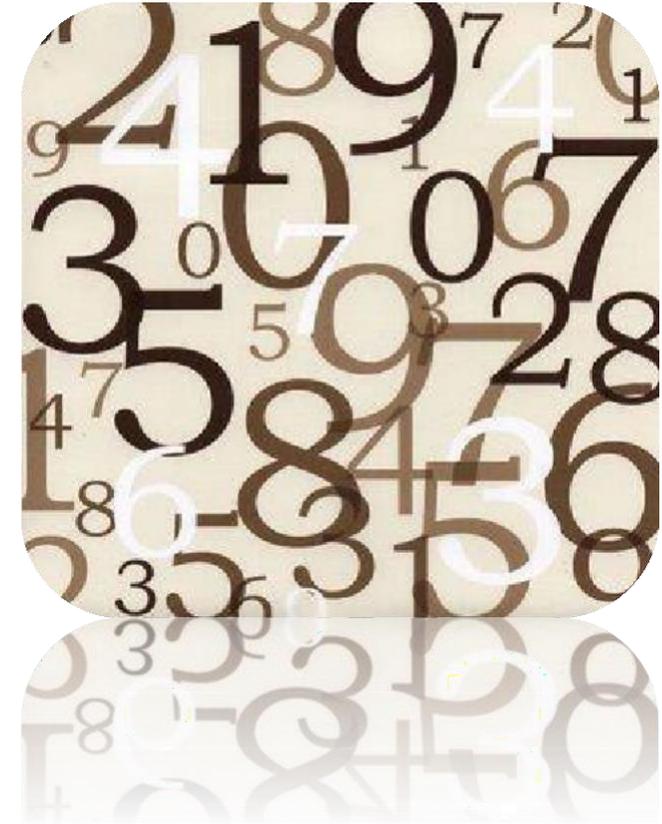
$$\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} \quad b \neq 0$$



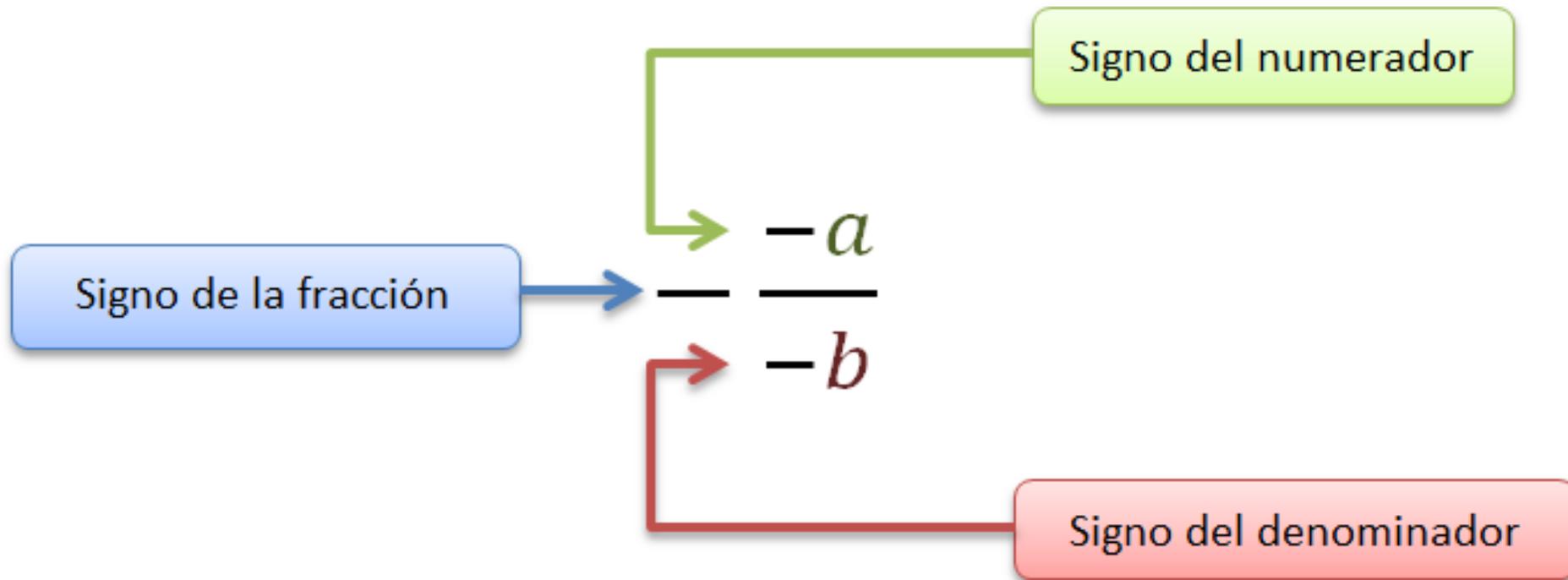
Reglas a seguir

Las mismas que las fracciones aritméticas

NO VARIA el valor de la fracción si se multiplica el numerador y denominador por una misma cantidad(distinta de cero).



Signos de una fracción



Signos de una fracción

EJEMPLO

$$-\frac{3}{5} = \frac{-3}{5} = \frac{3}{-5}$$

En estos tres casos se representa la misma fracción negativa pero de formas diferentes.

$$-\frac{x-1}{x-3} = \frac{1-x}{x-3} = \frac{x-1}{3-x}$$

Simplificación de una fracción algebraica

Consiste en transformarla en su equivalente , cuya peculiaridad es el ser irreducible:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x - 1)(x + 2)}{(x + 3)(x + 2)} = \frac{(x - 1)}{(x + 3)}$$

Se deduce además que “x” no puede ser “3” ni “-2”, porque produciría un denominador cero.



Suma y resta de fracciones

MISMO
DENOMINADOR

DISTINTO
DENOMINADOR

Mismo denominador

Al tener mismo denominador, los denominadores se unifican, dejando el ejercicio de forma normal, como numerador.

$$\frac{2x - 1}{x + 1} - \frac{x - 1}{x + 1} + \frac{x}{x + 1} = \frac{2x - 1 - (x - 1) + x}{x + 1} = \frac{2x}{x + 1}$$



Distinto denominador

Para este caso utilizaremos el mínimo común múltiplo, el cual nos permitirá encontrar un denominador común para estas fracciones:

$$\frac{2}{5ab} - \frac{5}{a^2} \Rightarrow M.C.M.(5ab - a^2) = 5a^2b$$

$$\frac{2}{5ab} - \frac{5}{a^2} = \frac{2a - 5(5b)}{5a^2b} = \frac{2a - 25b}{5a^2b}$$



Multiplicación de fracciones

Para cualquier fracción $\frac{a}{b}$, que esta multiplicada por otra $\frac{c}{d}$, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo: $\left(\frac{2x}{x+1}\right) \left(\frac{5}{x-1}\right) = \frac{2x \cdot 5}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{10x}{x^2-1}$

División de fracciones

Para cualquier fracción $\frac{a}{b}$, que esta dividida por otra $\frac{c}{d}$, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) \equiv \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{d}{c}\right) \equiv \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo: $\left(\frac{2x}{x+1}\right) \div \left(\frac{5}{x-1}\right) = \frac{2x \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot 5} = \frac{2x^2 - 2x}{5x + 5}$

Fracciones compuestas

Una fracción compuesta contiene una o varias fracciones simples en el numerador y/o denominador.

La operación de reducción de fracciones compuestas consiste en identificar y reducir las fracciones simples que la componen

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

Ejercicios explicativos

1. En las siguientes expresiones indicar el MCM y MCD.

$$P(x, y) = (x - 2)^3 (x - 1)^7 (x - y)$$

$$Q(x, y) = (x + y)^9 (x - y)^5 (x - 1)^4$$

Solución

El Máximo Común Divisor es la expresión algebraica conformada por los factores primos comunes elevados a los menores exponentes:

$$MCD = (x - 1)^4 (x - y)$$

El Mínimo Común Múltiplo es la expresión algebraica conformada por todos los factores primos y los comunes se toman los mayores exponentes.

Desaprende lo que te limita

$$MCM = (x - 2)^3 (x - 1)^7 (x - y)^5 (x + y)^9$$

Ejercicios explicativos

2. Simplificar:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$$

Solución

Factorizamos el numerador y el denominador, aplicándoles aspa simple:

$$\begin{array}{l} x^2 + x - 2 \\ x \quad -1 \\ x \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2 + 5x + 6 \\ x \quad 3 \\ x \quad 2 \end{array}$$

Ahora reemplazamos en la

fracción: $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+3)(x+2)}$



Universidad
Tecnológica
del Perú

De esta manera también se comprueba que: $x \neq -2, x \neq -3$

Eliminamos el término que se

repite: $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} = \frac{x-1}{x+3}$

Desaprende lo que te limita

Ejercicio reto

1. Efectuar:

$$\frac{7}{x-2} - \frac{5}{x+4}$$

Ejercicio reto

2. Determinar el MCD en:

$$A = x^2 - 9$$

$$B = x^2 - 6x + 9$$

¿Qué hemos aprendido hoy?

FACTORIZACIÓN EN \mathbb{Q}

MCM

MCD

**SIMPLIFICACIÓN DE
FRACCIÓN ALGEBRAICA**



Universidad
Tecnológica
del Perú

Gracias