

# Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# TERMINO ALGEBRAICO Y POLINOMIOS ESPECIALES

TIPOS DE POLINOMIOS - PROPIEDADES



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

## LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el alumno resuelve problemas con autonomía y seguridad, cuya solución requiera del uso de polinomios especiales, grado relativo y grado absoluto.



# ESQUEMA DE LA UNIDAD

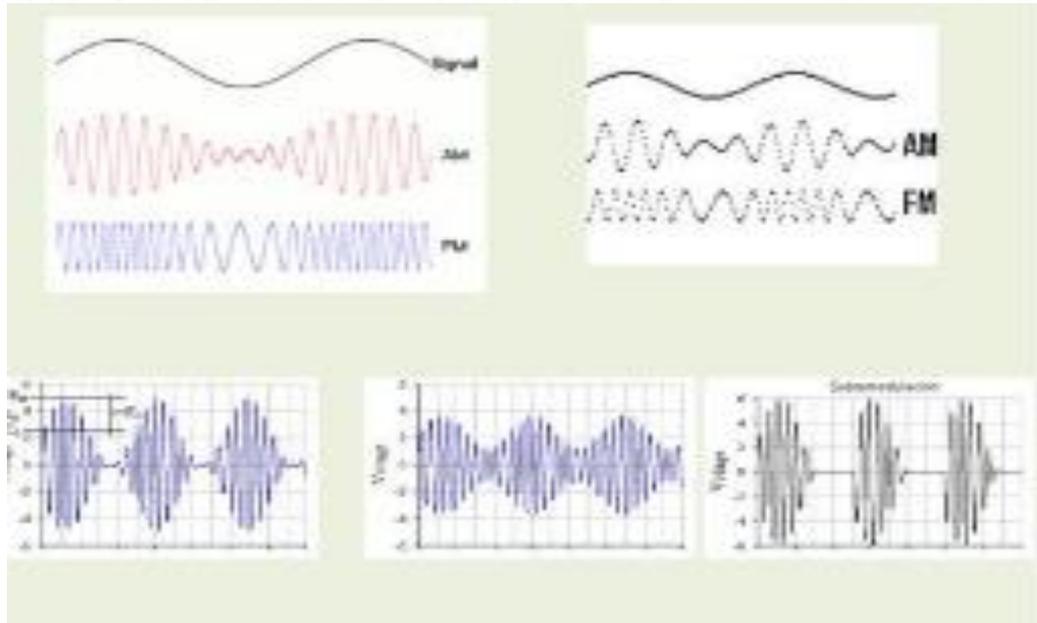


## REFORZAMIENTO:

Menciones tres casos de la clase anterior:

### SABERES PREVIOS

- 1 [¿Cómo se usan los polinomios en la ingeniería?](#)
- 2 [¿Cuándo se aplica la fórmula polinómica?](#)
- 3 [¿Qué es la forma polinómica en costos y presupuestos?](#)
- 4 [¿Cuál es la aplicación real de los polinomios?](#)
- 5 [¿Cómo usar los polinomios en el mercado de valores?](#)



### ¿Cómo se usan los polinomios en la ingeniería?

Los ingenieros utilizan, de esta manera, el cálculo de raíces de polinomios. Otra aplicación muy común es la optimización. Esta técnica matemática permite usar de forma eficiente recursos escasos como el tiempo, la energía o el dinero, siguiendo determinados objetivos

### ¿Cuándo se aplica la fórmula polinómica?

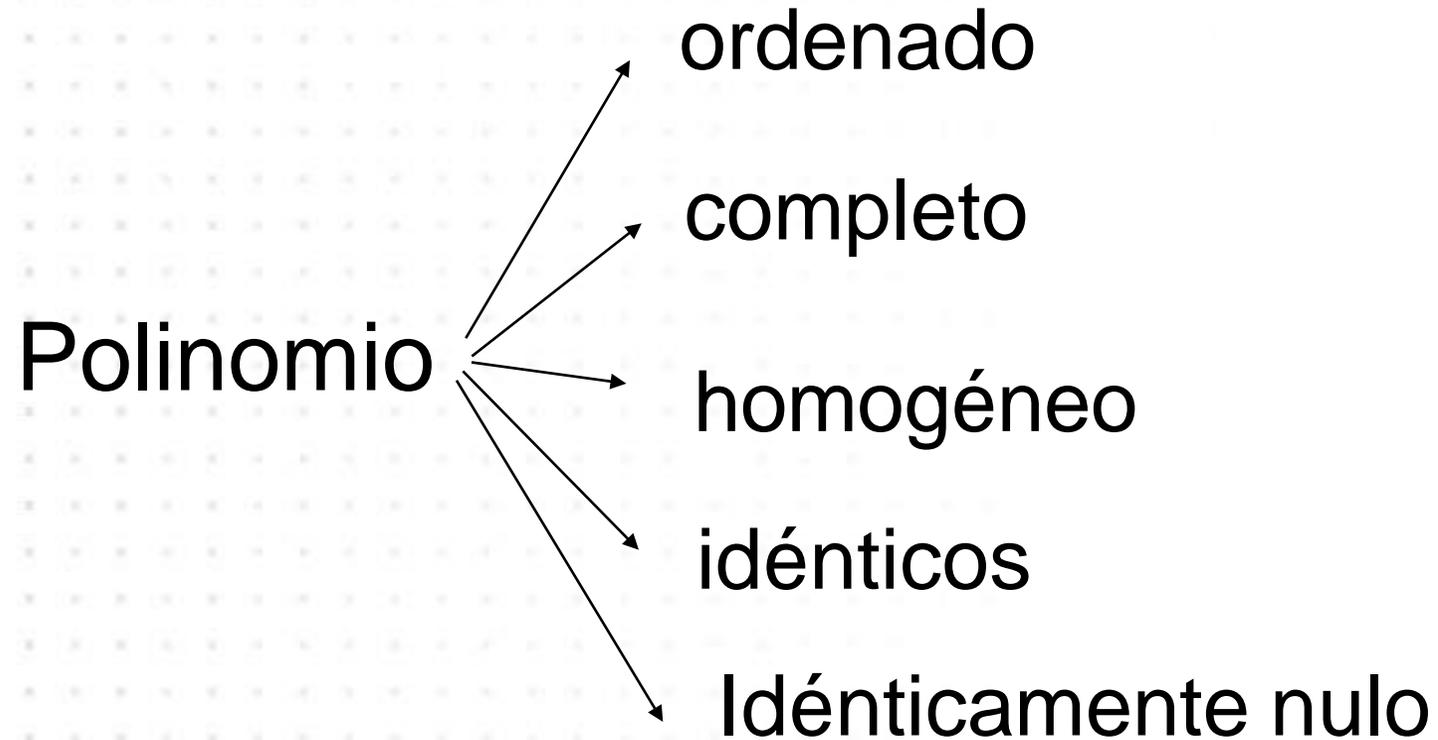
La fórmula polinómica es un procedimiento que consta del cálculo para obtener los resultados del incremento de costos que los presupuestos de una obra experimentan con el tiempo. Esta fórmula es también una representación matemática de los costos que se registran durante el presupuesto de una obra

## UTILIDAD - Aplicación

Todas las carreras de Ingeniería, podemos encontrar expresiones polinómicas que presentan una característica que facilita su resolución. De esta manera los polinomios especiales se presentan dentro del cálculo superior, para abordar temas relacionados con el diseño de estructuras, investigación de operaciones, electrónica digital, termodinámica entre otros.

Los ingenieros utilizan, de esta manera, el cálculo de raíces de polinomios. Otra aplicación muy común es la optimización. Esta técnica matemática permite usar de forma eficiente recursos escasos como el tiempo, la energía o el dinero, siguiendo determinados objetivos.

# POLINOMIOS ESPECIALES



# Polinomio Ordenado

Un polinomio está ordenado cuando los exponentes de la variable “referida” están aumentando o disminuyendo.

**Ejemplo:**

$$P(x; y) = 6x^9 y - 3x^5 y^4 + 5x^3 y^8$$

Ordenado en forma descendente respecto a “x”

Ordenado en forma ascendente respecto a “y”



# Polinomio Ordenado

**EJEMPLO:**

$$P(x;y)=x^4y^3 + 2x^2y^5 - 3x^1y^8$$

Polinomio ordenado respecto a “x” en forma descendente

Polinomio ordenado respecto a “y” en forma ascendente



# Polinomio Completo

La variable “referida” presenta todos los exponentes consecutivos desde 1 hasta un mayor determinado e incluso el término independiente.

## Ejemplo:

$$P(x; y) = 9x^3 - 7y + 4x^4 y^8 + x^2 y^5 + 5xy^2$$

Completo respecto a “x” con T.I.(x)= -7y

# Polinomio Completo

Ejemplo:

$$P_{(X;Y)} = x^4y + 3x^2y^5 - 3x^3 + x^1y^4 - 5x^0$$

Polinomio completo con respecto a “x”



# Polinomio Homogéneo

Es aquel polinomio en el que todos sus términos son del mismo grado absoluto.

## Ejemplo:

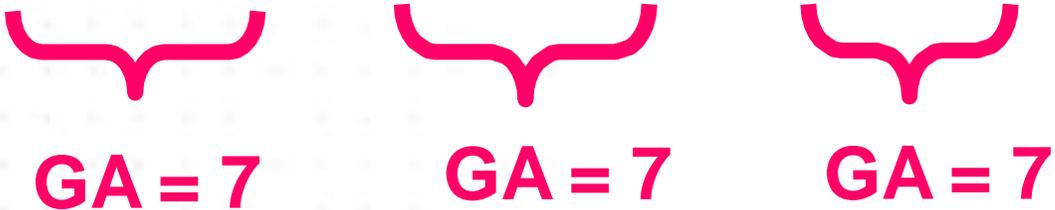
$$P(x; y; z) = 7x^2y^2z^4 - 3x^3y^3z^2 + 5x^1y^7$$

Es un polinomio cuyo grado de homogeneidad es 8.

# Polinomio Homogéneo

Ejemplo:

$$P(x; y) = 6x^4y^3 - 3x^2y^5 + 6x^6y$$



**GA = 7      GA = 7      GA = 7**

**Polinomio homogéneo de grado 7**

# Polinomio Idénticos

Dos polinomios son idénticos si verifican que:

- Los dos polinomios tienen el mismo grado.
- Los coeficientes de los términos semejantes son iguales.

$$P(x; y) = ax^9y - bx^5y^4 + cx^3y^8$$

$$Q(x; y) = 6x^3y^8 - 3x^5y^4 + 5x^9y$$

Se debe cumplir: **a = 5; b = 3; c = 6**

# Polinomio Idénticos

**Ejemplo:**

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + c$$

$$Q(x) = 2x^2 + 5x^3 - 8$$

Si P y Q son idénticos,

Entonces:  $a = 5$ ;  $b = 2$ ;  $c = -8$

$$P \equiv Q$$



## Polinomio Idénticamente Nulo

Es aquel polinomio cuyos coeficientes de cada uno de sus términos son ceros.

$$P(x; y) = Ax^3 + Bx^4y^2 + Cx^2y^8 + Dy^5 \equiv 0$$

Se debe cumplir: **A = 0; B = 0; C = 0; D = 0**

# Polinomio Idénticamente Nulo

Ejemplo:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 - c \equiv 0$$

Se cumple:  $a = b = c = 0$

# Propiedades

1º Siendo  $P(X)$  un polinomio completo se cumple:

$$\# \text{ de términos de } P(x) = \text{Grado de } P(x) + 1$$

$$P(x) = 5x^4 + 3x^2 - 8 - 4x + x^3$$

Se observa:

- Número de términos = 5
- Grado de  $P(x) = 4$

# Propiedades

2º- En todo polinomio completo y ordenado  $P(x)$  la diferencia de grados relativos de dos términos consecutivos vale 1.

$$P(x) = 5x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 4x + 12$$

GR = 3

GR = 2

# EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Calcular “p” si el polinomio es homogéneo de grado 70.

$$Q(x) = 2x^{3n-1}y^{n+3} + x^n y^{m+2n} + x^{p+m}$$

## Solución

Si el polinomio es homogéneo entonces la suma de los exponentes de las variables en cada término debe ser la misma:

$$Q(x) = \underbrace{2x^{2n+1}y^{n+2}}_{3n-1+n+3} + \underbrace{x^n y^{m+2n}}_{n+m+2n} + \underbrace{x^{p+m}}_{p+}$$

Igualamos:

$$3n - 1 + n + 3 = 70$$

$$4n + 2 = 70$$

$$n = 17$$

Si el grado es 70 entonces:

$$m + 3n = 70$$

$$m + 51 = 70$$

$$m = 19$$

Luego:

$$m + p = 70$$

$$19 + p = 70$$

$$p = 51$$

Desaprende lo que te limita

**El valor de “p” es 51**

## EJERCICIOS EXPLICATIVOS



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

2. Si se sabe que el polinomio es completo y ordenado en forma creciente, calcular el valor de  $2abc$ . Indica el grado del polinomio.

$$R(x) = \pi x^{b+2} - 5x^{b+a+7} - 2x^{2a+c}$$

### Solución

Con este tenemos las siguientes ecuaciones:

$$b + 2 = 0 \rightarrow b = -2$$

$$b + a + 7 = 1 \rightarrow a = -4$$

$$2a + c = 2 \rightarrow c = 10$$

$$2abc = (2)(-4)(-2)(10) = 160$$

## EJERCICIO RETO



1. Calcular la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y) = mx^{m+5} + 6x^m y^n + nx^{n+3}$$

si es homogéneo.

Sol.  $m+6+n=14$

## EJERCICIO RETO

2. Calcular  $a+b+c$  si el polinomio:

$$P(x) = 3x^{c-2} + 5x^{b-1} - x^{a+2} - d$$

se encuentra ordenado y completo.

Sol. 7

## Qué aprendimos hoy ?

\* ¿Qué diferencia encuentras entre un polinomio completo y otro llamado completo y ordenado ?

\* Si el siguiente polinomio es homogéneo :  $P(x; y) = 6x^4y^b - 3x^a y^5 + 6x^6y$  Determine los valores de  $a$  y  $b$

# Resumen

## Polinomios Especiales

Polinomio	Definición	Ejemplo
Ordenado respecto a una variable	Los exponentes de la variable están en orden creciente o decreciente.	$P(x, y) = 3x^5 + 4x^3y - xy^3 - y^4$ está ordenado en forma decreciente respecto a $x$ .
Completo respecto a una variable	Los exponentes de las variables figuran desde el mayor hasta cero. Todo polinomio completo tiene un término independiente (cuya variable tiene exponente cero).	$M(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x - 1$ es un polinomio completo y ordenado en forma decreciente respecto a $x$ . $R(y) = 8 + y + 9y^2 - 5y^3 - y^4$ es un polinomio completo y ordenado en forma creciente respecto a $y$ .
Homogéneo	Todos sus términos tienen igual grado absoluto.	$P(x, y) = 3x^5 - 2x^4y - 8x^2y^3 - y^5$ es un polinomio cuyo grado de homogeneidad es 5.
Idéntico o equivalente	Los coeficientes de sus términos semejantes son iguales.	Si $P(x) = Ax^2 + Bx + C$ y $Q(x) = 3x^2 - 8x + 9$ son idénticos, entonces $A = 3$ , $B = -8$ y $C = 9$ .
Identicamente nulo	Todos sus coeficientes son iguales a cero.	Si $N(x) = Ax + B$ es identicamente nulo, entonces $A = B = 0$ .

**Gracias**



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**