

MATRICES

DETERMINANTE DE ORDEN MAYOR Y GAUSS JORDAN



Universidad
Tecnológica
del Perú

LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve ejercicios con determinantes de orden mayor a 3 y aplica conceptos de operaciones elementales para determinar la inversa de una matriz por el método de Gauss Jordan.



Universidad
Tecnológica
del Perú

MATRICES

**DETERMINANTE
DE ORDEN
MAYOR**

**INVERSA
GAUSS-JORDAN**



Desaprende lo que te limita

1 DETERMINANTE (orden MAYOR)

**DETERMINANTE DE
ORDEN 4**

CONSIDERAR:

1. Operaciones elementales entre las filas.
2. Propiedades de la determinante.

Consiste en conseguir que una de la columnas de la matriz esté formada por elementos nulos, menos el elemento base o pivote. Luego se calcula la determinante de una matriz de orden 3.



OPERACIONES ELEMENTALES DE FILA

- Intercambiar o permutar dos filas (se suele hacer si alguna de las filas tiene al pivote 1).
- $f_i \leftrightarrow f_j$
- Multiplicar o dividir una línea por un número no nulo (Usualmente el inverso, para obtener el pivote 1 de una fila).
- kf_i
- Sumarle o restarle a una línea otra multiplicada por un número no nulo (Se suele hacer para ubicar el 0 debajo de un pivote).
- $kf_i + f_j = \hat{f}_i$

PROPIEDADES DE LA DETERMINANTE

- Si una matriz tiene dos filas iguales o proporcionales, su determinante es nulo.
- Si permutamos o intercambiamos dos filas o columnas, su determinante cambia de signo.
- Si multiplicamos todos los elementos de una línea por un número, el determinante queda multiplicado por el inverso de ese número.
- Sumarle o restarle a una línea otra multiplicada por un número no nulo, el determinante no cambia.
- Si k es una constante y A es una matriz de orden " n ", entonces $|kA| = k^n|A|$
- Si una matriz es triangular, su determinante es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

EJEMPLO 5

Calcular la determinante de: $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 & 4 \\ -3 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & -4 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & -4 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & -4 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 2[(8 - 75 + 4) - (-10 - 12 - 20)] \\ &\quad + 3[(8 - 60 + 24) - (-8 - 12 - 120)] \\ &\quad - 4[(4 + 150 - 8) - (20 - 10 + 24)] \\ &= 2(-63 + 42) + 3(-28 + 140) - 4(146 - 34) \\ &= 2(-21) + 3(112) - 4(112) = -154 \end{aligned}$$

¡Ajá! Escogió usando la columna 1 que tiene un cero. Y usó sub-matrices

Yo elegiré la fila 3



2 MATRIZ INVERSA GAUSS - JORDAN

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$$

El método consiste en *generar la matriz aumentada* $[A : I]$ para luego por *operaciones elementales* de las filas, ubicar la matriz identidad I en el lado izquierdo de la matriz aumentada, la cual quedará como $[I : A^{-1}]$.

PROPIEDADES

Si $|A| = 0$ entonces $\nexists A^{-1}$

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$I^{-1} = I$$

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

Veamos un ejemplo paso a paso...

EJEMPLO 6

Determine la matriz inversa de A , mediante Gauss - Jordán.:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a_{21} es la entrada que quiero volver cero.

$$[A : I] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 4 & 1 \end{array} \right]$$

$$21 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 2 & 4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$12 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 3 & -3 & 0 \end{array}$$

$$13 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 6 & 0 & -6 & 12 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -12 & 8 & 2 \end{array}$$

$$31 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -6 & -2 & -2 & 0 & 0 \end{array}$$

$$32 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 0 & -4 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$23 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 0 & -3 & -3 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 4 & 1 \end{array}$$

$$[I : A^{-1}] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -1/6 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4/3 & 1/3 \end{array} \right]$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1/6 & 1/3 \\ 1 & -1/3 & -1/3 \\ -2 & 4/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcule la inversa de $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ mediante Gauss-Jordan.

$$[A : I] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ & 3 & -5 & -1 & 1 & 0 \\ & 0 & -2 & -7 & -2 & 3 \end{array} \right]$$

$$21 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & -1 & 0 & 0 \end{array} \quad 12 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 3 & -3 & 9 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & -1 & 1 & 0 \end{array} \quad 13 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 3 & 0 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -14 & -4 & 6 \end{array}$$

$$31 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 3 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & -9 & -3 & 0 & 0 \end{array} \quad 32 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 0 & 6 & -12 & -9 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 10 & 2 & -2 & 0 \end{array} \quad 23 \Rightarrow \begin{array}{cccccc} 0 & 6 & -10 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 35 & 10 & -15 \end{array}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ 11/2 & 2 & -5/2 \\ 7/2 & 1 & -3/2 \end{pmatrix}$$



3 FINALMENTE



IMPORTANTE

1. Para hallar la determinante de una matriz de orden mayor se elige la fila o columna con mas ceros.
2. Si la determinante de una matriz es cero, **NO TIENE INVERSA.**
2. Gauss – Jordan convierte la matriz original en matriz identidad con operaciones elementales



Gracias por tu participación

Quando estudio algo que me gusta lo aprendo más rápido, si sonrío cuando aprendo aprenderé mucho más rápido.



Ésta sesión quedará grabada para tus consultas.



PARA TI

1. Practica mucho para que realices tus actividades satisfactoriamente.
2. Recuerda que tienes el FORO para realizas tus consultas.

Desaprende lo que te limita



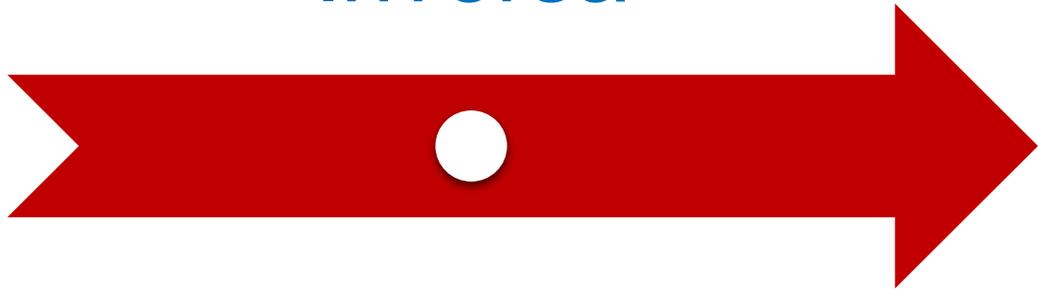
LISTO PARA MI EJERCICIO RETO

EJERCICIO RETO

Calcule la inversa de $A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ mediante Gauss-Jordan.

$$\begin{bmatrix} \frac{17}{35} & \frac{-13}{35} & \frac{-1}{7} \\ \frac{-2}{5} & \frac{3}{5} & 0 \\ \frac{1}{35} & \frac{-9}{35} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

Determinante e
Inversa



Lo logré



Desaprende lo que te limita



**Universidad
Tecnológica
del Perú**