

SECCIONES CÓNICAS

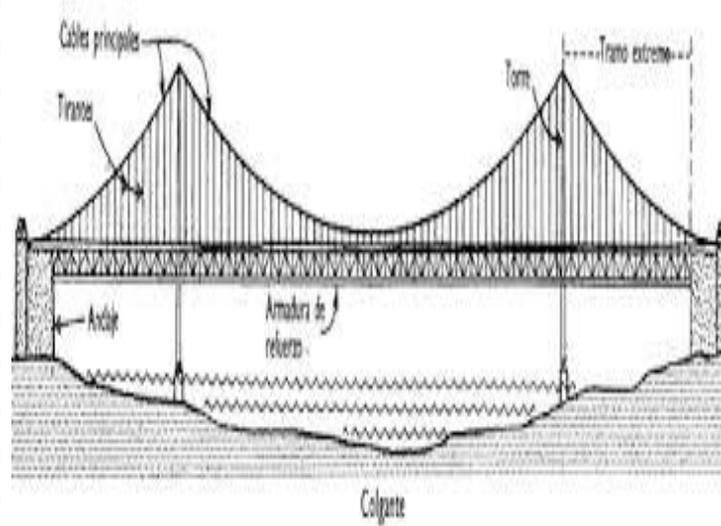
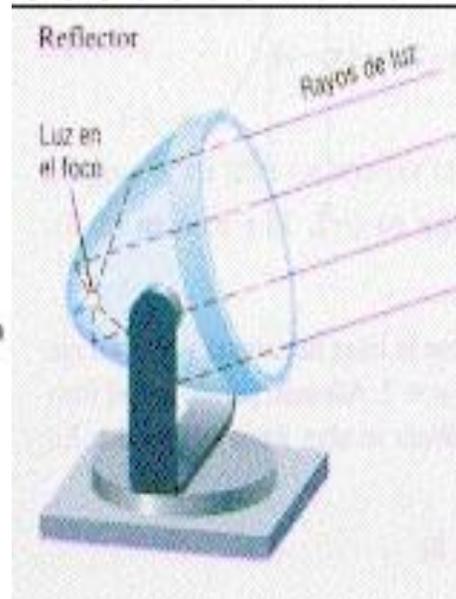
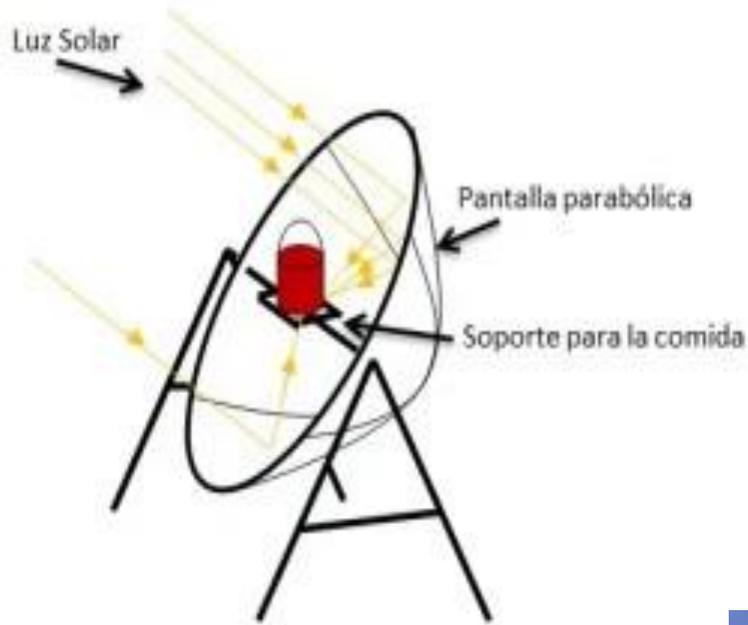
LA PARÁBOLA

LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante identifica los elementos y gráfica de la parábola. Reconoce las diferentes expresiones algebraicas que representan una parábola y resuelve problemas aplicados a la ingeniería donde utiliza conceptos y propiedades de la parábola.

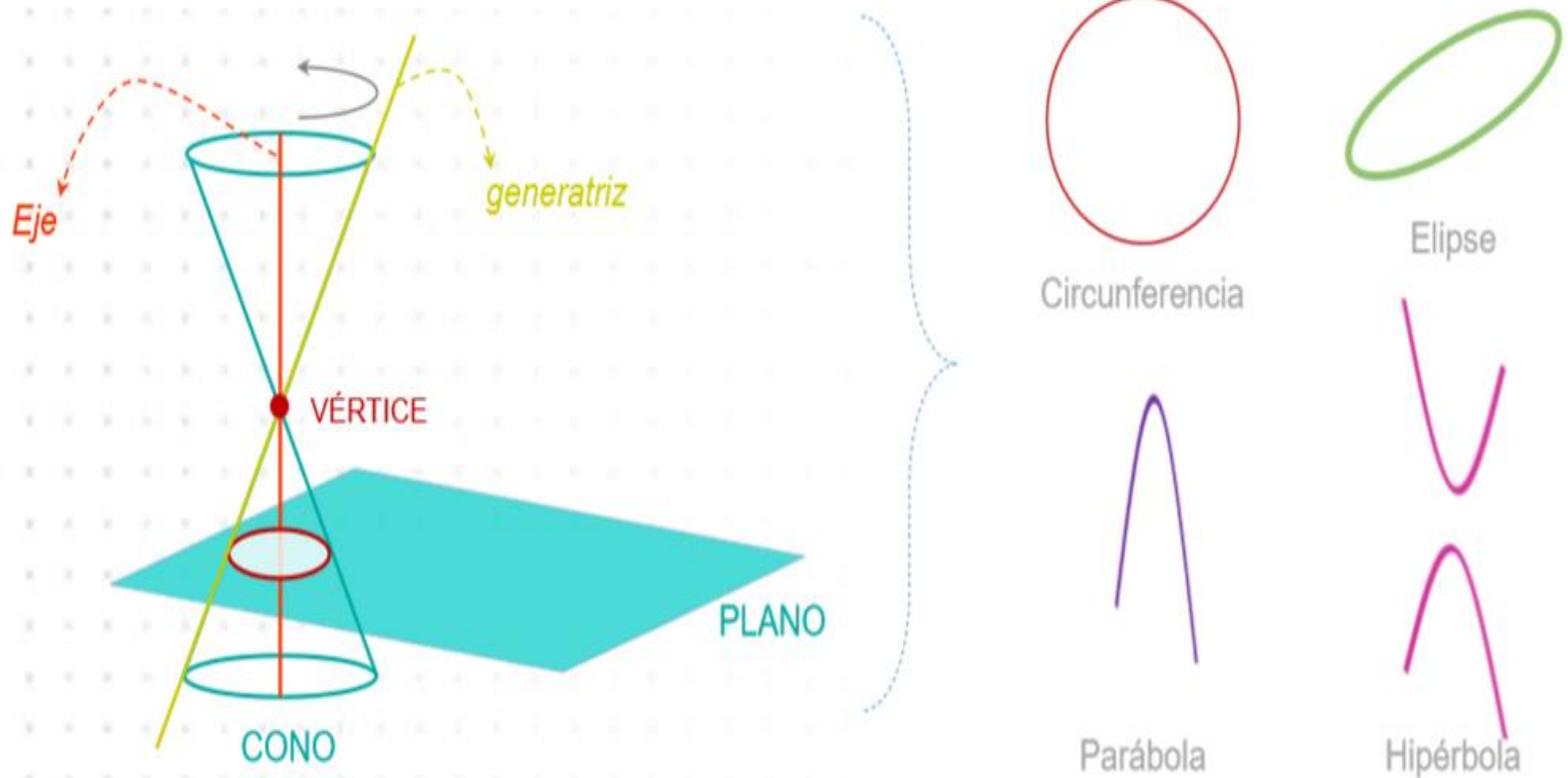


UTILIDAD



¡RECORDEMOS!

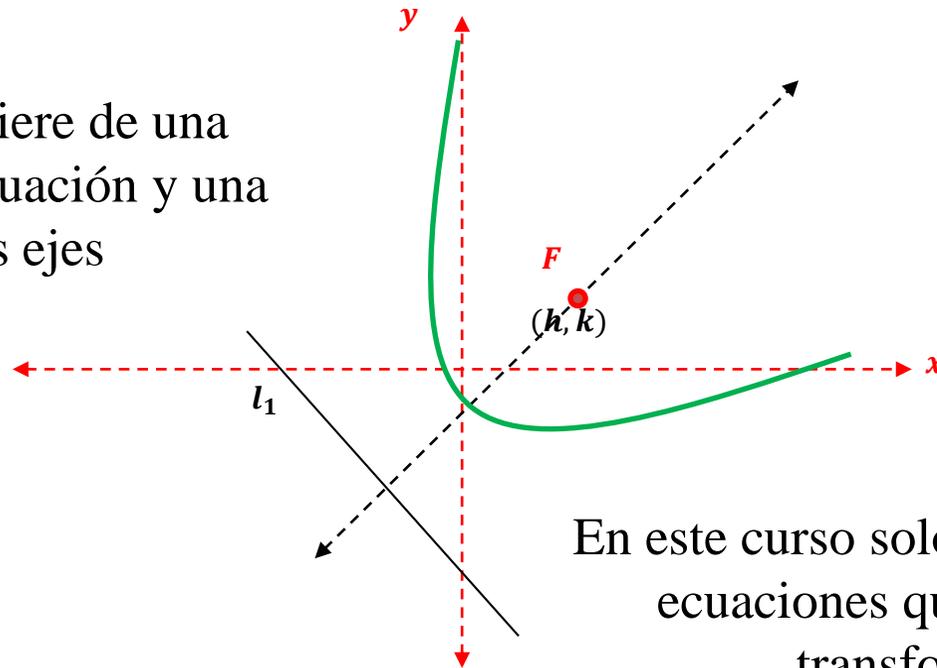
El nombre de “secciones cónicas” se derivó del hecho de que estas figuras se encontraron originalmente en un cono. Cuando se hace intersectar un cono con un plano obtenemos distintas figuras. Cada una de ellas es una cónica.



ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

Graficar el trazo requiere de una transformación de la ecuación y una traslación de los ejes



En este curso solo graficaremos las ecuaciones que ya han sido transformadas

1 PARÁBOLA

Una parábola es el conjunto de todos los puntos en el plano que equidistan de una recta fija L_D llamada directriz y de un punto fijo F denominado foco.

Ecuación Ordinaria

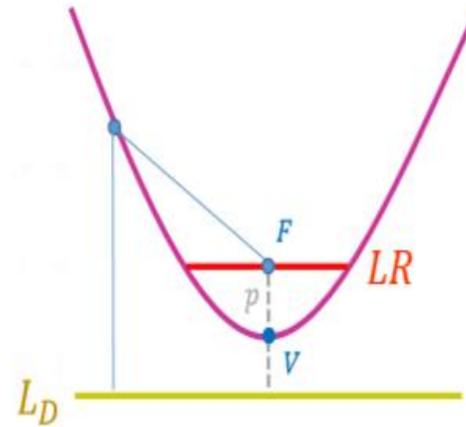
$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Ecuación Canónica

$$x^2 = 4py$$

Ecuación General

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$



$$p > 0$$

V = Vértice (h, k)

p = Parámetro

F = Foco

LR = Lado recto

1 PARÁBOLA

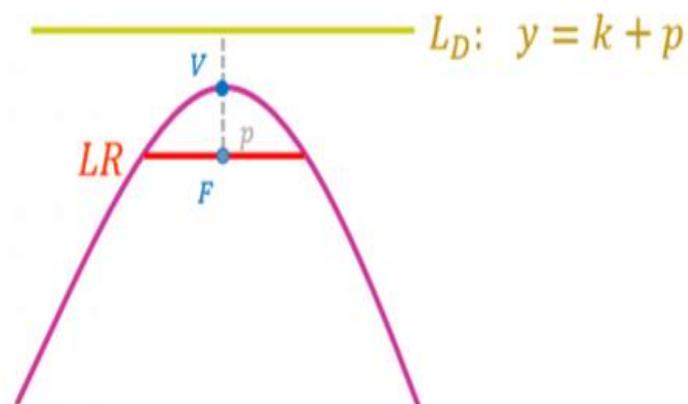
Observa la orientación y las ecuaciones de la parábola.

Ecuación Ordinaria
 $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

Ecuación Canónica
 $x^2 = 4py$

Ecuación General
 $x^2 + Dx + Ey + F = 0$

$p < 0$



V = Vértice (h, k)

p = Parámetro

F = Foco

LR = Lado recto

1 PARÁBOLA

Observa la orientación y las ecuaciones de la parábola.

Ecuación Ordinaria

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Ecuación Canónica

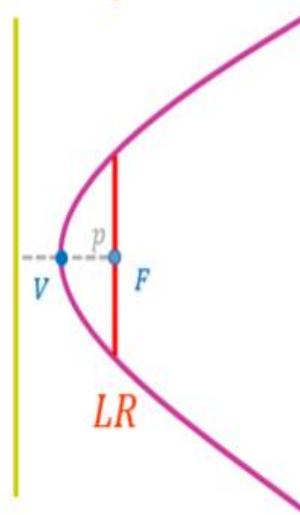
$$y^2 = 4px$$

Ecuación General

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$p > 0$$

$$L_D: x = h - p$$



V = Vértice (h, k)

p = Parámetro

F = Foco

LR = Lado recto

1 PARÁBOLA

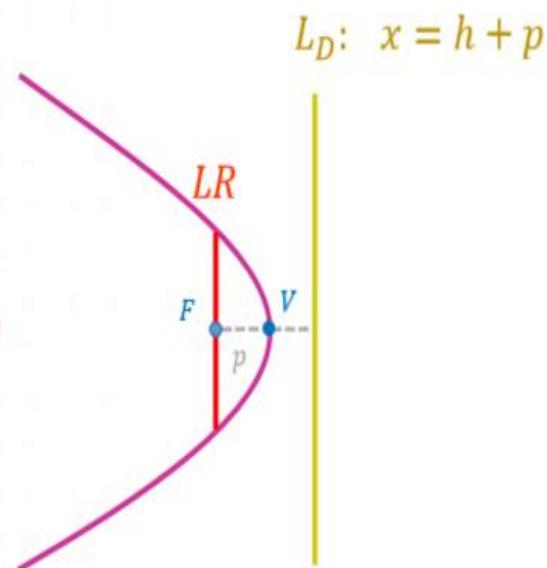
Observa la orientación y las ecuaciones de la parábola.

Ecuación Ordinaria
 $(y - k)^2 = 4p(x - h)$

Ecuación Canónica
 $y^2 = 4px$

Ecuación General
 $y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$p < 0$



V = Vértice (h, k)

p = Parámetro

F = Foco

LR = Lado recto

1.1 Elementos

Distancia focal o parámetro (p): Es la distancia del foco al vértice y se le asigna la letra p

Eje de simetría (L_1): Recta perpendicular a la directriz L_D que pasa por el vértice y el foco.

Directriz (L_D): Recta fija que dista p del vértice.

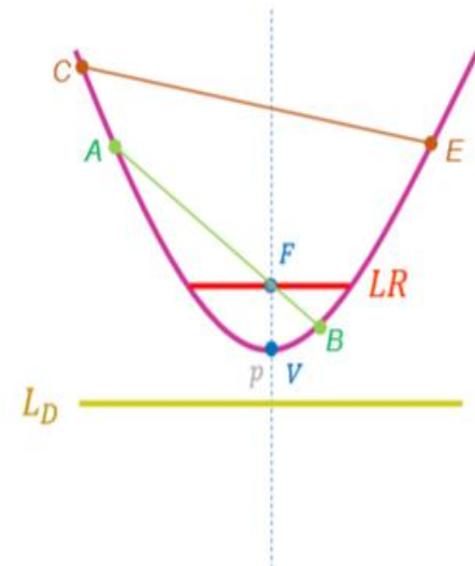
Foco (F): Es un punto tal que cada punto de la parábola posee la misma distancia que hasta la recta directriz.

Vértice (V): Es el punto de intersección de la parábola con eje de simetría.

Cuerda (CE): Es el segmento de la recta que une dos puntos cualesquiera de la parábola.

Cuerda focal (AB): Segmento de la recta que une los puntos de la parábola pasando por el foco.

Lado recto (LR): Es una cuerda focal perpendicular al eje de simetría.



Ejemplo 44. Bosqueje la gráfica de la ecuación $4y^2 + 12y + 16x + 25 = 0$ y determine el vértice, foco, lado recto y la ecuación de la recta directriz.

SOLUCIÓN:

$$y^2 + 3y + 4x + \frac{25}{4} = 0$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4x - \frac{25}{4} + \frac{9}{4}$$

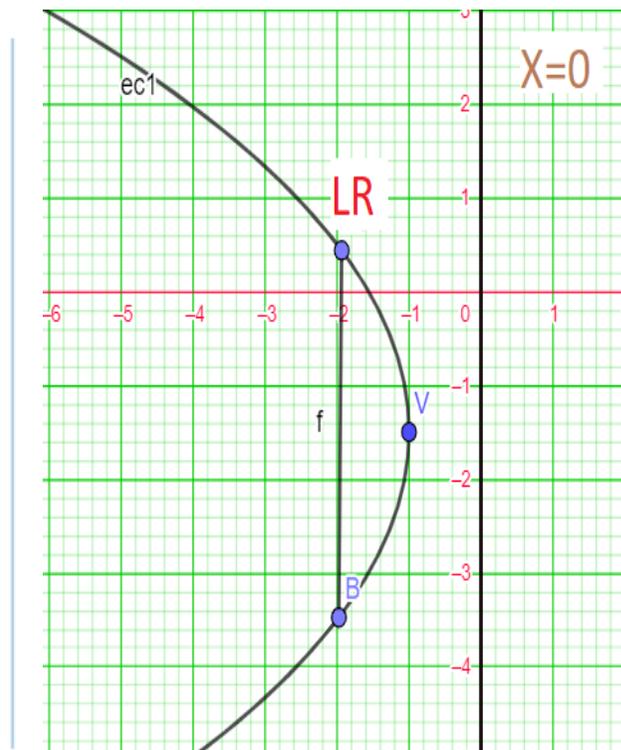
$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4x - 4$$

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -4(x + 1)$$

$$V\left(-1, -\frac{3}{2}\right) \quad 4p = -4$$

$$p = -1$$

$$p < 0$$



$$F = \left(-1 - 1, -\frac{3}{2}\right) = \left(-2, -\frac{3}{2}\right)$$

$$LR = |4p| = |-4| = 4$$

$$L_D: x = -1 + 1$$

$$x = 0$$

Desaprende lo que te limita

Ejemplo 44. Bosqueje la gráfica de la ecuación $x^2 - 14x - 12y + 29 = 0$ y determine el vértice, foco, lado recto y la ecuación de la recta directriz.

SOLUCIÓN:

$$(x - 7)^2 = 12y - 29 + 49$$

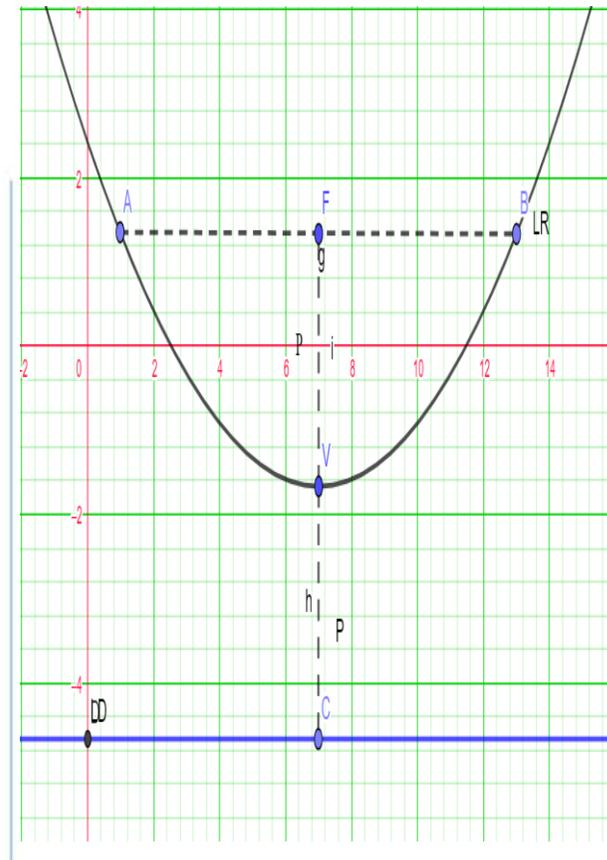
$$(x - 7)^2 = 12y + 20$$

$$(x - 7)^2 = 12\left(y + \frac{20}{12}\right)$$

$$(x - 7)^2 = 12\left(y + \frac{5}{3}\right)$$

$$V\left(7, -\frac{5}{3}\right) \quad 4p = 12$$

$$p = 3 \quad p > 0$$



$$F = \left(7, -\frac{5}{3} + 3\right) = \left(7, \frac{4}{3}\right)$$

$$LR = |4p| = |12| = 12$$

$$L_D: y = -\frac{5}{3} - 3$$

$$y = -\frac{14}{3}$$

3 FINALMENTE



IMPORTANTE

1. Los elementos principales para la ecuación de la parábola son el vértice y el parámetro.
2. El parámetro indica la orientación de la parábola.
3. Se cumple que la distancia de cualquier punto de la parábola al F y a L_D es la misma.



Excelente tu participación

Tu éxito es la suma de pequeños esfuerzos repetidos día tras día.



Ésta sesión quedará grabada para tus consultas.



PARA TI

1. Realiza los ejercicios propuestos de ésta sesión y práctica con la tarea .
2. Consulta en el FORO tus dudas.

Desaprende lo que te limita

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Halle la ecuación general de la parábola con vértice en $(3, 5)$ y foco en $(-3, 5)$.

SOLUCIÓN:

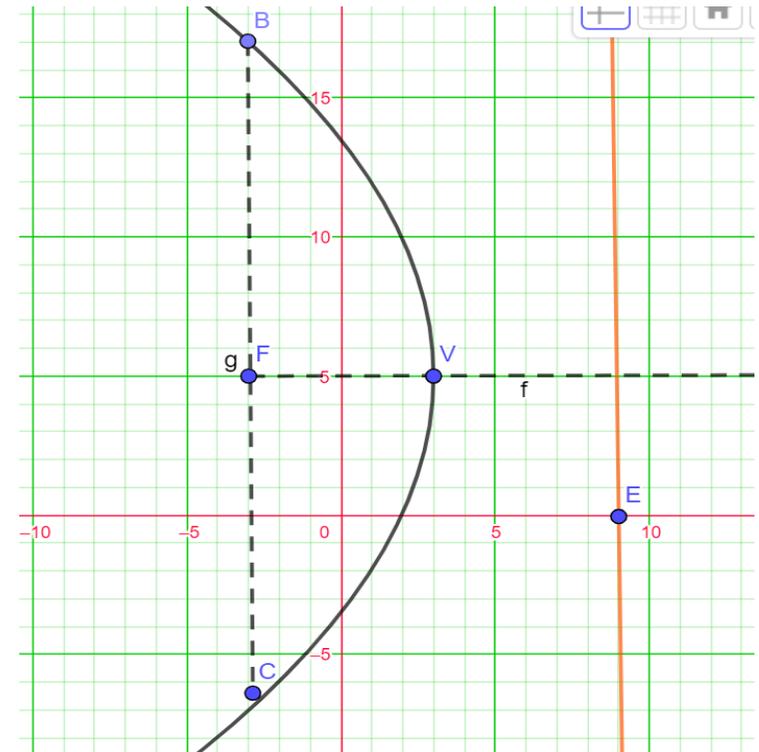
$$p \Rightarrow d(V, F) = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (5 - 5)^2}$$

$$p \Rightarrow \sqrt{36} = 6 \quad p < 0$$

$$(y - 5)^2 = -24(x - 3)$$

$$y^2 - 10y + 25 = -24x + 72$$

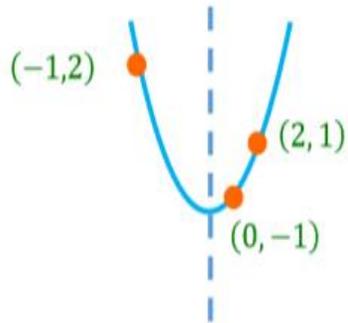
$$y^2 + 24x - 10y - 47 = 0$$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Dados los puntos $(-1, 2)$; $(0, -1)$; $(2, 1)$. Determine la ecuación de la parábola que pase por los tres puntos dados, tal que su eje focal sea paralelo al eje Y .

SOLUCIÓN:



$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$1 - D + 2E + F = 0 \quad 1 - D + 3E = 0$$

$$-E + F = 0 \quad \rightarrow \quad E = F$$

$$4 + 2D + E + F = 0 \quad 4 + 2D + 2E = 0$$

$$2 - 2D + 6E = 0$$

$$4 + 2D + 2E = 0$$

$$8E = -6$$

$$E = -\frac{3}{4} = F$$

$$4 + 2D + 2\left(-\frac{3}{4}\right) = 0$$

$$D = -\frac{5}{4}$$

$$x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}y - \frac{3}{4} = 0$$

RPTA: $\mathcal{P}: 4x^2 - 5x - 3y - 3 = 0$

PROBLEMA DE APLICACION

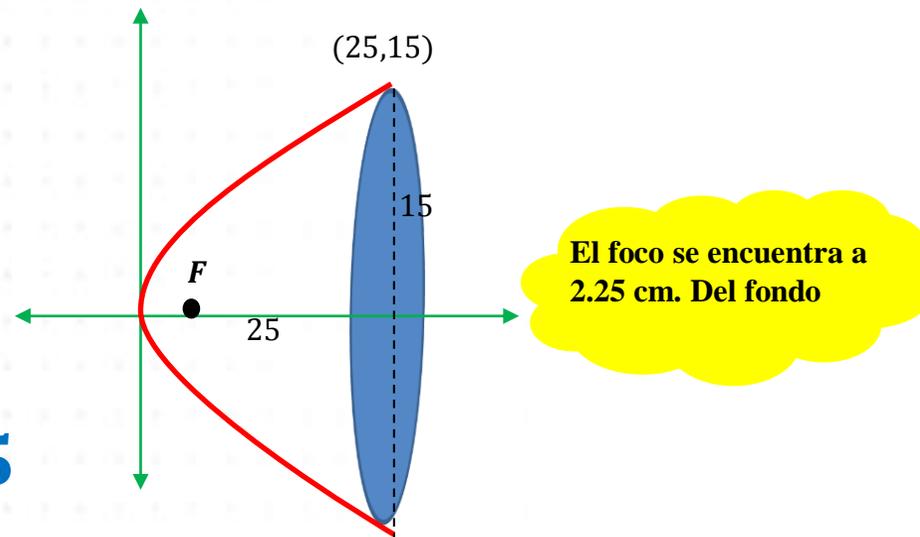
Se quiere construir los faros para un auto clásico, el nuevo diseño tiene un fondo de 25 cm. Y un ancho de 30 cm. Determinar la distancia desde el fondo donde se encuentra ubicado el Foco y la ecuación de la Parábola.

Solución: Ubicar el trazo como si fuera una ecuación canónica.

$$y^2 = 4Px$$

$$(15)^2 = 4P(25)$$

$$\frac{225}{100} = P = 2.25$$





LISTO PARA MI EJERCICIO RETO



Universidad
Tecnológica
del Perú

EJERCICIO RETO

Grafique la cónica y halle: el vértice, el foco y la ecuación de la recta directriz de la parábola:

$$x^2 - 4x - y + 3 = 0$$

$$\text{R.: } V(2; -1); F\left(2; -\frac{3}{4}\right); y = -\frac{5}{4}$$

EJERCICIO RETO

El arco parabólico de la ciudad de Tacna tiene una altura de 18 metros y un ancho de 12 metros. Determine la ecuación de la parábola.





**Universidad
Tecnológica
del Perú**