VECTORES EN R^2

DEFINICIÓN Y OPERACIONES

Universidad Tecnológica del Perú

LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce al Plano Cartesiano como un Plano Vectorial y a los elementos llamados pares ordenados como vectores; realiza operaciones entre vectores.

Universidad Tecnológica del Perú

Universidad Tecnológica del Perú

VECTORES

DEFINICIÓN

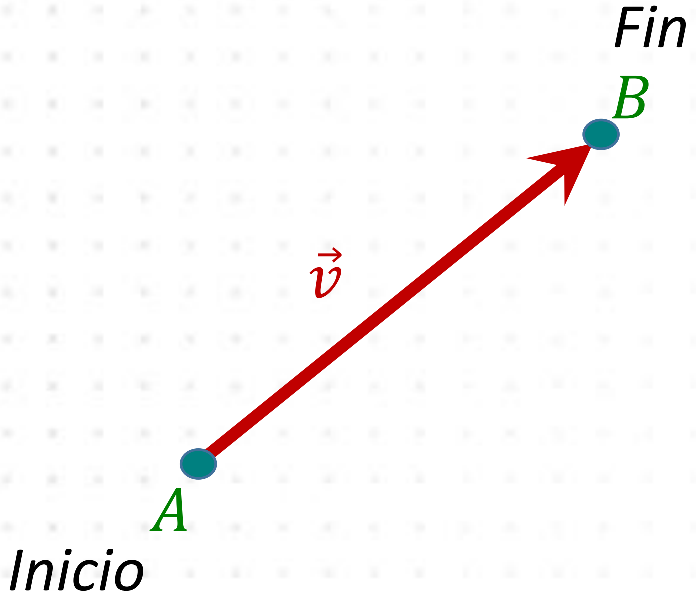
OPERACIONES

Desaprende lo que te limita

¿Qué es un vector?.

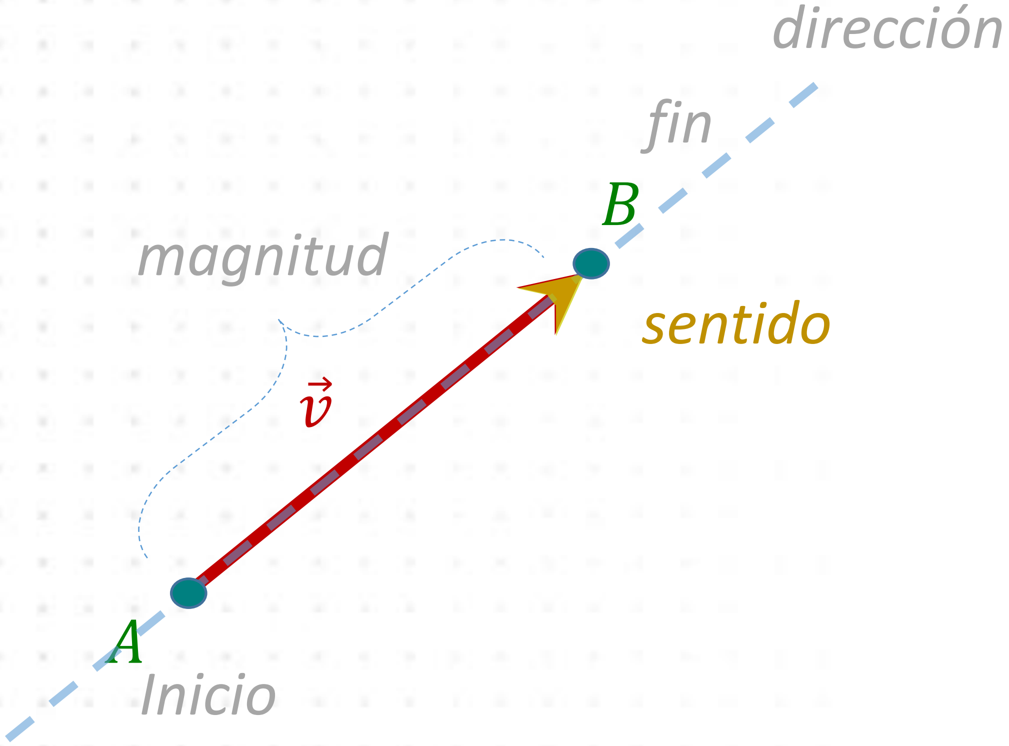
Es un segmento de recta dirigido: $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$

Todo vector tiene un número infinito de representaciones geométricas en el plano, todas ellas son paralelas de igual longitud y sentido.



¿Cuáles son sus elementos?.

Magnitud, dirección y sentido



¿Para qué me sirven?

Sirve para determinar, representar y calcular las magnitudes vectoriales.
Se encuentran en el estudio del álgebra lineal, las ecuaciones diferenciales, análisis matemático, calculo, etc.

En la vida cotidiana representan nuestros movimientos porque tienen Magnitud, dirección y sentido

Los vectores permiten representar fuerzas contrapuestas gracias a que señalan la dirección

En la Programación e informática pueden ser empleados como contenedores de datos

https://www.freepik.es/vector-gratis/concepto-ingenieria-informatica_5138520.htm

En la Ingeniería. Se consideran los campos gravitacionales, campos magnéticos, en la mecánica

https://concepto.de/vector/

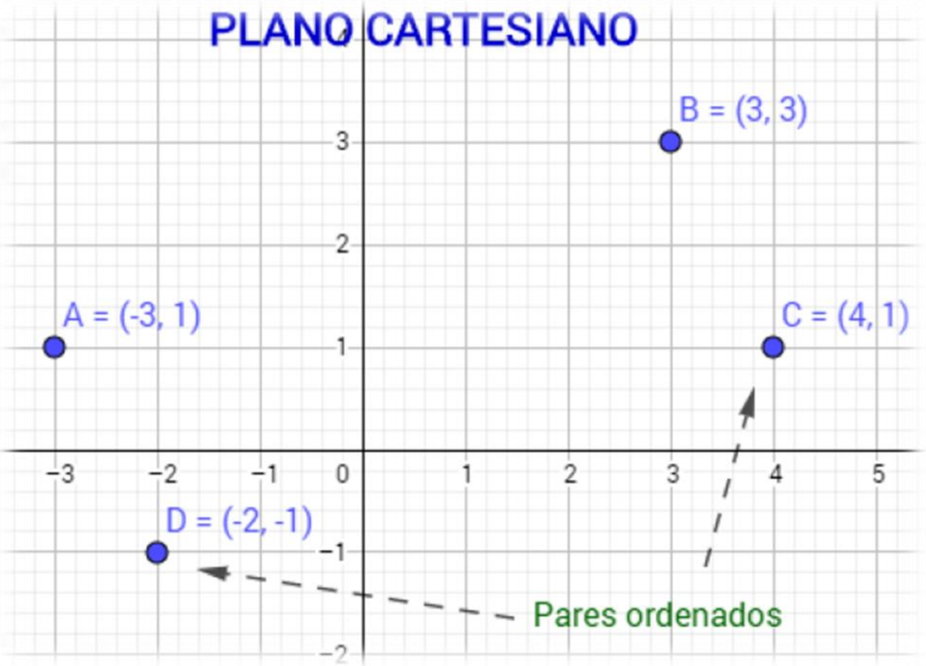
1 PRODUCTO CARTESIANO

Sean los conjuntos A y B, se llama producto cartesiano $A \times B$ al conjunto de los pares ordenados $(a; b)$, donde a pertenece al conjunto A y b pertenece al conjunto B, es decir:

$$\boldsymbol{A \times B = \{(a, b) / a \in A \wedge b \in B\}}$$

OBSERVA:

Todos estos elementos o pares ordenados del producto cartesiano pueden ser representados en el plano de coordenadas cartesianas de ejes $\boldsymbol{X}$ *e* $\boldsymbol{Y}$.

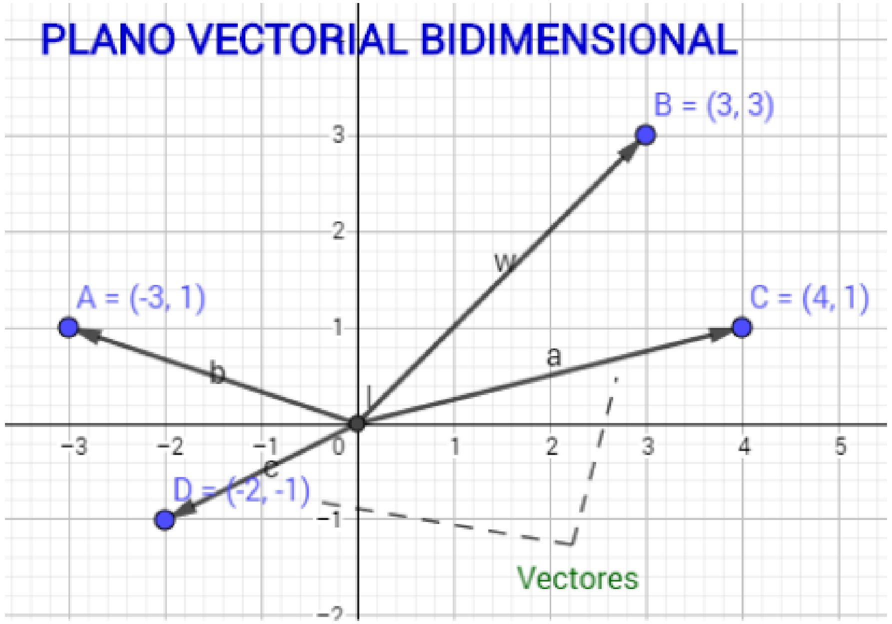


2 VECTOR BIDIMENSIONAL

Un vector bidimensional es un par ordenado de números reales $(x\ ;\ y)$*, donde* x *es llamada la primera componente y "*y*" es llamada la segunda componente.*

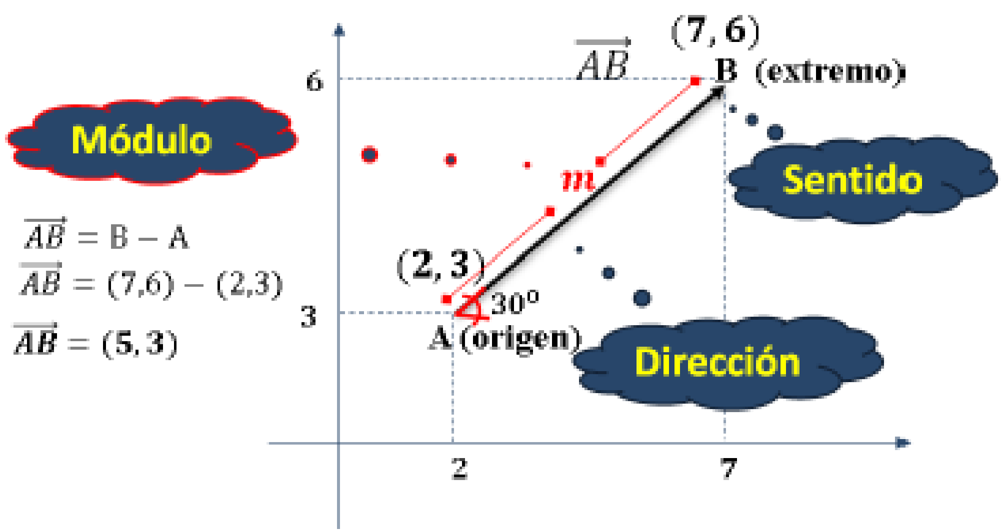
3 PLANO VECTORIAL BIDIMENSIONAL

Es el plano cartesiano conformado por diversos pares ordenados, que ahora serán representados como radio vectores o vectores, según sea el caso.



4 VECTOR COMO SEGMENTO ORIENTADO

Un vector se representa como un segmento dirigido con origen o punto inicial y un extremo o punto terminal. Así también, todo vector presenta una magnitud, una dirección y un sentido y puede estar presente en cualquier parte del plano vectorial.



$\overrightarrow{AB} = (5\,;\,3)$: es un vector del cual se conoce el origen y el final.

$\vec{a} = (-1;\ 5)$: es un vector del cual no se conoce ni el origen ni el final.

$a = (3;\ 5)$: *es un punto en el plano cartesiano. El radio vector, es la distancia de un punto al origen de las coordenadas.*

5 MAGNITUD – NORMA – MÓDULO

La magnitud o módulo de un vector $\vec{v}$ es un número real no negativo asociado a dicho vector y representado por $\|\vec{v}\|$

$$\vec{v} = (v_1, v_2) \Longrightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

EJEMPLITO:

Si $\vec{v} = (3; 4) \Longrightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

6 VECTOR UNITARIO

Se llama vector unitario, al vector cuyo módulo es la unidad, es decir: $\vec{v}$ es un vector unitario si y solo si:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 1$$

Teorema: Dado un vector $\vec{v} \neq 0$, entonces el vector $\vec{u} = \dfrac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$ es un vector unitario.

7 VECTORES CANÓNICOS

Universidad Tecnológica del Perú

Son vectores con módulo 1, que están presentes y son paralelos al eje X (eje de las abscisas) y al eje Y (eje de las ordenadas) y se denotan como:

$$\vec{\imath} = (1;0) \;\; y \;\; \vec{\jmath} = (0;1)$$

Ejemplo 9.

Dados los puntos o radio vectores $P = (1\ -8)$; $Q = (-3\,;\,5)$. Determine el módulo del vector $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$, su correspondiente vector unitario y exprese el vector y su vector unitario en su forma canónica.

Solución:

Hallamos $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (-3\,;5) - (1\,;-8)$$

$$\vec{v} = (-4\,;13)$$

Módulo de $\vec{v} = (-4;13)$:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-4)^2+(13)^2} = \sqrt{185}$$

Vector unitario de $\vec{v}$:

$$\vec{u}_v = \left(\frac{-4}{\sqrt{185}};\frac{13}{\sqrt{185}}\right)$$

Vectores canónicos de $\vec{v}$ y $\vec{u}_v$:

$$\vec{v} = -4(1\,;0) + 13(0\,;1) = -4\vec{\imath} + 13\vec{\jmath}$$

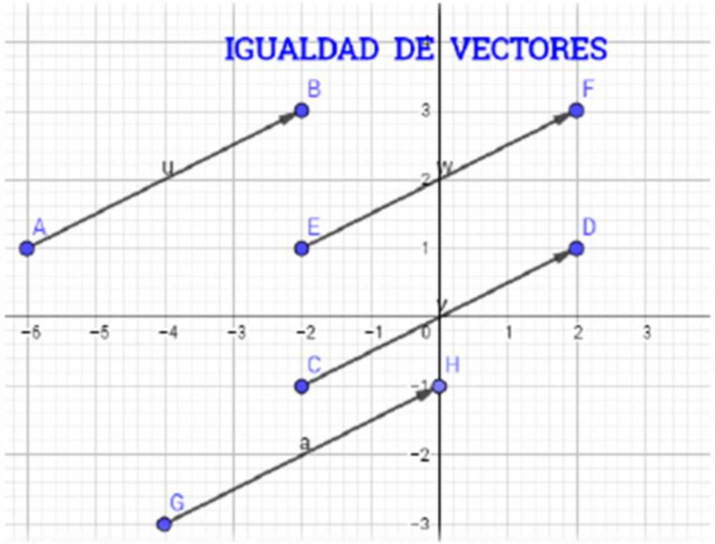
$$\vec{u}_v = \frac{-4}{\sqrt{185}}(1\,;0) + \frac{13}{\sqrt{185}}(0\,;1) = \frac{-4}{\sqrt{185}}\vec{\imath} + \frac{13}{\sqrt{185}}\vec{\jmath}$$

8 OPERACIONES CON VECTORES

Igualdad de Vectores

$$\text{Si: } \vec{a} = \vec{b} \Rightarrow (a_1, a_2) = (b_1, b_2)$$

$$\Longleftrightarrow a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2$$



Ejemplo 10.

Dados los vectores iguales $\vec{a} = (3x - 19\,, 5 - 3y)$ *y* $\vec{b} = 4y\hat{\imath} + (2x - 2)\hat{\jmath}$. *Determine el vector unitario de* $\vec{R} = (x, 12y)$

Solución:

$$3x - 19 = 4y \qquad 5 - 3y = 2x - 2$$

$$\begin{matrix} (-2) \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 3x - 4y = 19 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$-6x + 8y = -38$$
$$6x + 9y = 21$$
$$/ \quad 17y = -17$$
$$y = -1$$
$$x = 5$$

$$\vec{R} = (x, 12y)$$

$$\vec{R} = (5, -12)$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = 13$$

Vector unitario de $\vec{u}_R$*:*

$$\vec{u}_R = \left(\frac{5}{13}; \frac{-12}{13}\right)$$

8 OPERACIONES CON VECTORES

Universidad Tecnológica del Perú

Suma de Vectores

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1, a_2) + (b_1, b_2)$$
$$\vec{R} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

Ejemplo 11.

Siendo $\vec{a} = (5;1), \vec{b} = (-2;2)$.
Tenemos que:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{R} = (5;1) + (-2;2)$$
$$\vec{R} = (3;3)$$

Diferencia de Vectores

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1, a_2) - (b_1, b_2)$$
$$\vec{R} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

Ejemplo 12.

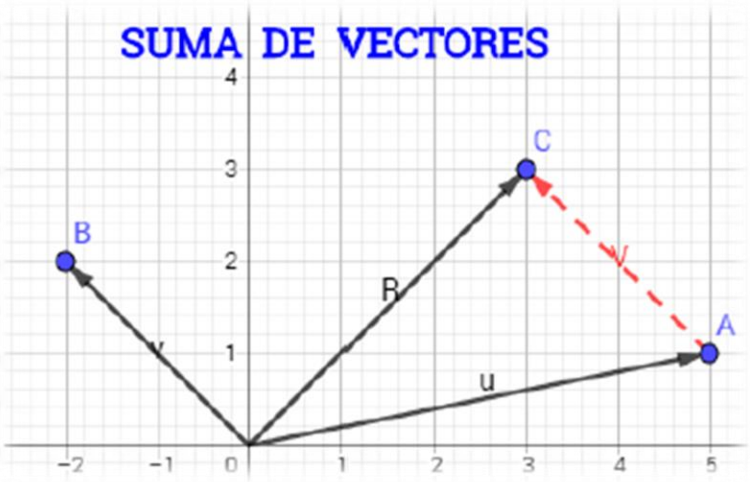
Siendo $\vec{a} = (5;1), \vec{b} = (-2;2)$.
Tenemos que:

$$\vec{R} = \vec{a} - \vec{b}$$
$$\vec{R} = (5;1) - (-2;2)$$
$$\vec{R} = (7;-1)$$

REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA

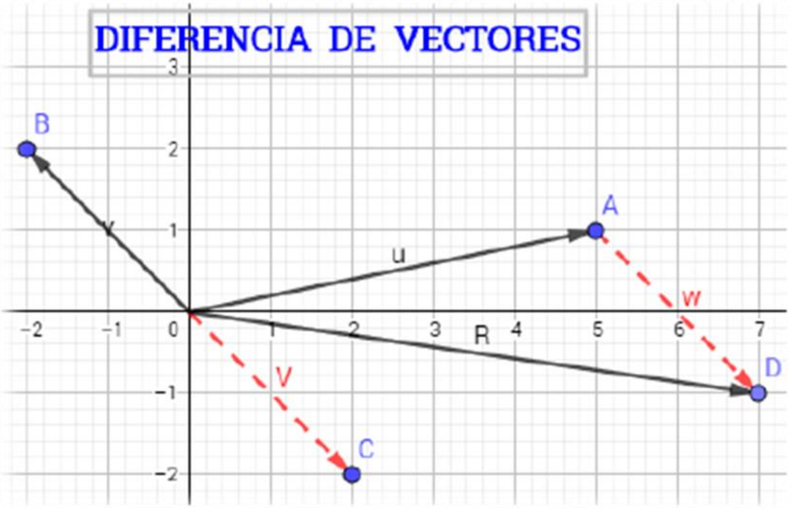
$\vec{R} = (5;1) + (-2;2)$

$\vec{R} = (3;3)$



$\vec{R} = (5;1) - (-2;2)$

$\vec{R} = (7;-1)$



8 OPERACIONES CON VECTORES

Producto por un escalar

$$\lambda.\overrightarrow{a} = \lambda(a_1, a_2) = (\lambda a_1, \lambda a_2)$$

Ejemplo 13.

Dado el escalar $\lambda = 3$ *y el vector* $\vec{a} = (2;1)$.
Tenemos que calcular $\lambda\vec{a}$*:*

$$\vec{R} = \lambda\vec{a} = 3(2;1)$$
$$\vec{R} = (6;3)$$

3 FINALMENTE

Universidad Tecnológica del Perú

IMPORTANTE

1. Reconocer el módulo, la dirección y el sentido de un vector.
2. Operar vectores en R^2.
3. Todo vector puede ser unitario excepto el vector nulo.

Excelente tu participación

No hay nada como un reto para sacar lo mejor de nosotros.

Ésta sesión quedará grabada para tus consultas.

PARA TI

1. Sigue practicando, vamos tu puedes!! .
2. No olvides que tienes un FORO para tus consultas.

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

Universidad Tecnológica del Perú

3. Determine el o los valores que pueda tomar el vector $\vec{b} = (b_1 \, ; \, b_2)$, si se tiene que:

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{5} \; ; \; b_1 = b_2 + 1$$

SOLUCIÓN:

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$5 = b_1^2 + b_2^2$$

$$5 = (b_2 + 1)^2 + b_2^2$$

$$5 = b_2^2 + 2b_2 + 1 + b_2^2$$

$$0 = 2b_2^2 + 2b_2 - 4$$

$$0 = b_2^2 + b_2 - 2$$

$$0 = (b_2 + 2)(b_2 - 1)$$

$$b_2 = -2 \qquad b_2 = 1$$

$$b_1 = -1 \qquad b_1 = 2$$

RPTA: $\vec{b} = (-1, -2)$ $\quad \vec{b} = (2, 1)$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

5. Determine el valor de $\vec{x}$ en:

$$2\vec{x} - 3(1,-2) = 5(-1,3) - \vec{x}$$

SOLUCIÓN:

$$2\vec{x} - (3,-6) = (-5,15) - \vec{x}$$

$$3\vec{x} = (-5,15) + (3,-6)$$

$$3\vec{x} = (-2,9)$$

$$\vec{x} = \left(-\frac{2}{3},3\right)$$

RPTA: $\vec{x} = \left(-\frac{2}{3},3\right)$

LISTO PARA MI EJERCICIO RETO

EJERCICIO RETO

Si los vértices de un triángulo son:

$$A = (3\,;\,2\,)\,,\,B = (-5\,;\,12\,)\text{ y } C = (8\,;\,6\,).$$

Compruebe usando vectores si se trata de un triángulo isósceles, equilatero o triángulo rectángulo.

Vectores en R^2

Lo logré

UTP

Universidad
Tecnológica
del Perú