



INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA

Operaciones con vectores en $\mathbb{R}^2$.

LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce al Plano Cartesiano como un Plano Vectorial y a los elementos llamados pares ordenados como vectores; realiza operaciones entre vectores.



¿Para qué me sirven?

*Sirve para determinar, representar y calcular las magnitudes vectoriales.
Se encuentran en el estudio del álgebra lineal, las ecuaciones diferenciales, análisis matemático, cálculo, etc.*

En la vida cotidiana representan nuestros movimientos porque tienen Magnitud, dirección y sentido



Los vectores permiten representar fuerzas contrapuestas gracias a que señalan la dirección

En la Programación e informática pueden ser empleados como contenedores de datos



https://www.freepik.es/vector-gratis/concepto-ingenieria-informatica_5138520.htm

En la Ingeniería. Se consideran los campos gravitacionales, campos magnéticos, en la mecánica



<https://concepto.de/vector/>

IGUALDAD DE VECTORES

Se define

Dado dos vectores (a, b) y (c, d) son iguales si sus componentes son iguales.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \wedge b = d$$

1. Dados dos vectores $(3 - x, 5)$ y $(6, -2y - 3)$ Si son iguales, determine $x + y$

$$(3 - x; 5) = (6; -2y - 3)$$

Entonces: $3 - x = 6 \quad \wedge \quad 5 = -2y - 3$

$$x = -3 \quad \wedge \quad y = -4$$



$$x + y = -7$$

Geométricamente dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son iguales, si tienen la misma magnitud, dirección y sentido.



Universidad
Tecnológica
del Perú

SUMA DE VECTORES

Se define

Dado dos vectores (a, b) y (c, d) la suma se determina:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

Dado dos vectores $(3, 9)$ y $(-7, 5)$.Determine la suma

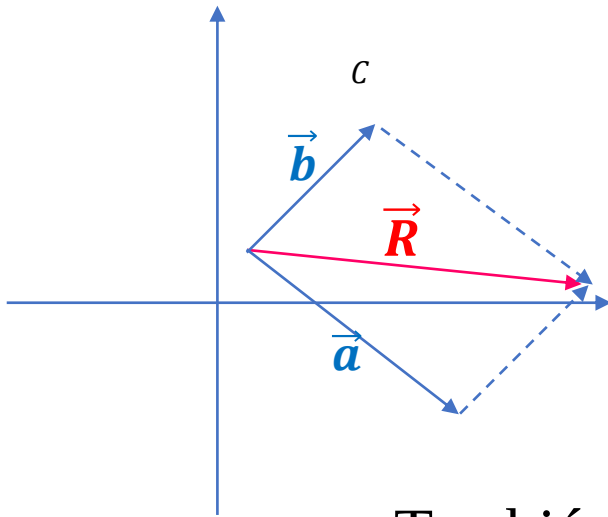
$$(3, 9) + (-7, 5) = (3 + (-7), 9 + 5)$$

$$= (-4, 14)$$

REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE LA SUMA DE VECTORES

Geométricamente la suma de dos vectores requiere conocer todos los elementos de los vectores.

1 Caso: cuando los vectores son concurrentes



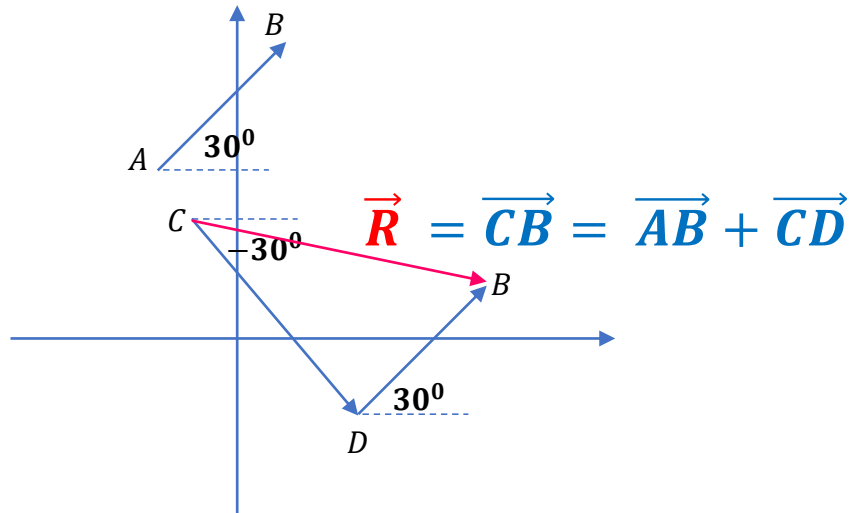
En Física a la suma le dicen Resultante

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

También se le conoce como el método del Paralelogramo

REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE LA SUMA DE VECTORES

2 Caso: Cuando los vectores no son concurrentes *Hallar:* $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$

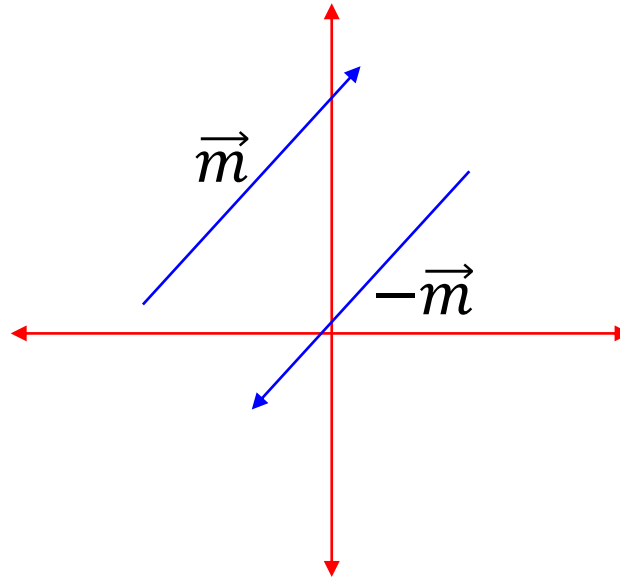


También se le conoce como el
método del Triángulo

Para varias fuerzas le conocen como el método del Polígono

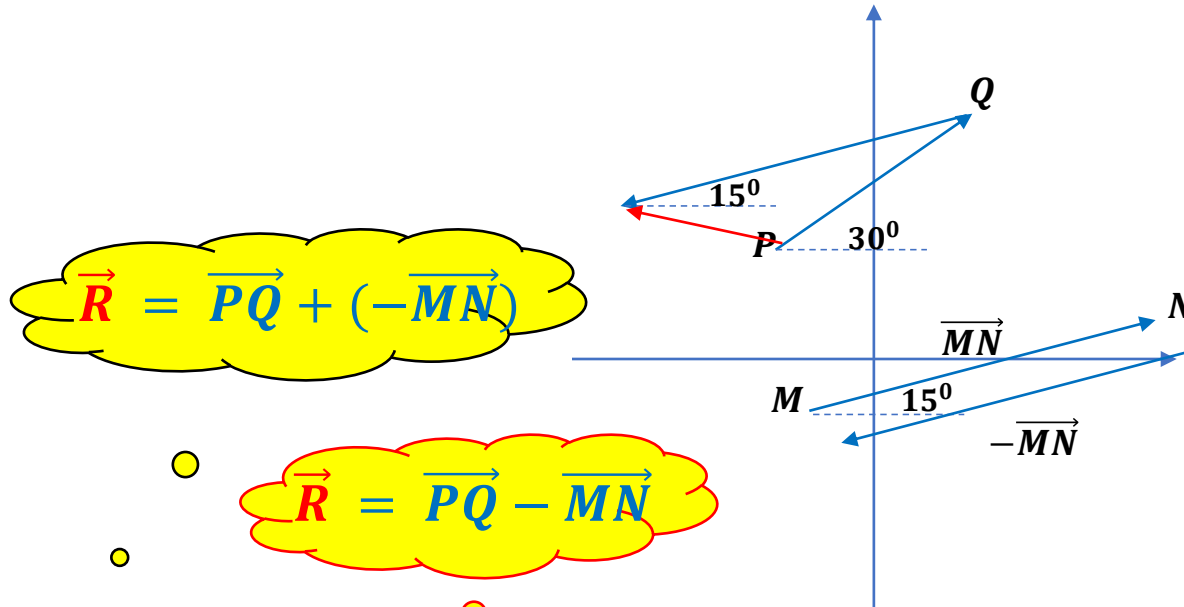
VECTOR OPUESTO REPRESENTACIÓN

Dado el vector $\vec{m} = (5,7)$; definimos el vector opuesto como $-\vec{m}$.
Geométricamente mantiene el módulo y la dirección pero cambia el sentido.



REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DIFERENCIA DE VECTORES

Dados los vectores $\overrightarrow{PQ} = (5,8)$ y $\overrightarrow{MN} = (3,4)$. Halle geométricamente $\overrightarrow{PQ} + (-\overrightarrow{MN})$



ALA SUMA DE UN VECTOR CON EL OPUESTO DE OTRO VECTOR SE LE CONOCE COMO LA DIFERENCIA DE VECTORES

MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

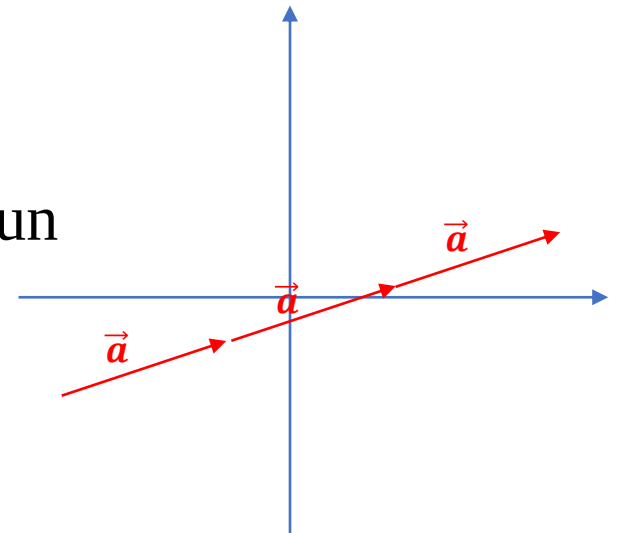
Dado un vector (a, b) y un escalar k , el producto se denota y resuelve de la siguiente forma:

$$k \cdot (a, b) = (ka, kb)$$

Por Ejemplo: Sea $\vec{a} = (4, 8)$ y el escalar $k = 3$, halle $k \cdot \vec{a}$

$$3 \cdot (4, 8) = (12, 24)$$

Geométricamente la representación del producto de un escalar por un vector es una prolongación del vector



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Se tiene el segmento de extremos $(2,9)$ y $(11,3)$. Hallar las coordenadas de los puntos que dividen al segmento dado en tres partes iguales.

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Se tiene el segmento de extremos $(2,9)$ y $(11,3)$. Hallar las coordenadas de los puntos que dividen al segmento dado en tres partes iguales.

SOLUCIÓN:

Denotemos por A y B los extremos del segmento, por C y D los puntos que se andan buscando.

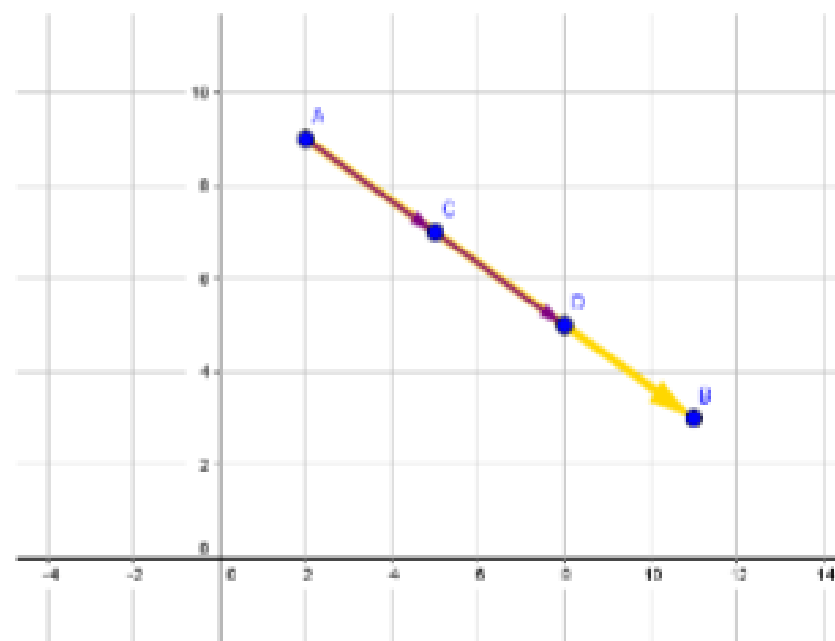
$$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(B - A) = \frac{1}{3}[(11,3) - (2,9)] = \frac{1}{3}(9, -6) = (3, -2)$$

Donde cada punto se obtiene sumando el vector $\overrightarrow{AC}$.

$$C = A + \overrightarrow{AC} = (2,9) + (3, -2) = (5,7)$$

$$D = C + \overrightarrow{AC} = (5,7) + (3, -2) = (8,5)$$

DDTA. $C = (5,7)$ $D = (8,5)$



EJERCICIOS EXPLICATIVOS

5. Determine el valor de $\vec{x}$ en:

$$2\vec{x} - 3(1, -2) = 5(-1, 3) - \vec{x}$$

SOLUCIÓN:

$$2\vec{x} - (3, -6) = (-5, 15) - \vec{x}$$

$$3\vec{x} = (-5, 15) + (3, -6)$$

$$3\vec{x} = (-2, 9)$$

$$\vec{x} = \left(-\frac{2}{3}, 3\right)$$

RPTA: $\vec{x} = \left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

EJERCICIOS RETOS

1. Dados los vectores: $\vec{a} = 3\hat{i} - 5\hat{j}$; $\vec{b} = (-6, 4)$; $c = (9, -5)$; $d = 3\hat{i} - x\hat{j}$

a) ¿Es $\vec{b} + 2\vec{a}$ unitario?

b) Si la distancia entre c y d es 10 . Halle “x”.

Se dan los puntos $A(4, 1)$; $B(7, 3)$; $C(2, 3)$. Hallar un cuarto punto D de manera tal que el cuadrilátero que formen ABCD sea un paralelogramo.

Dados $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (3, -2)$, y $\vec{c} = (5, -4)$. Encontrar los escalares que: $\vec{c} = h\vec{a} + k\vec{b}$.

3 FINALMENTE



IMPORTANTE

1. Reconocer el módulo, la dirección y el sentido de un vector.
2. Operar vectores en $\mathbb{R}^2$.
3. Todo vector puede ser unitario excepto el vector nulo.



Excelente tu participación

No hay nada como un reto para sacar lo mejor de nosotros.



Esta sesión quedará grabada para tus consultas.



PARA TI

1. Sigue practicando, vamos tu puedes!!
2. No olvides que tienes un FORO para tus consultas.

Desaprende lo que te limita



Universidad
Tecnológica
del Perú