

# VECTORES EN $R^2$

## DEFINICIÓN Y OPERACIONES



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

# ¿Cuál es la utilidad de vectores en $\mathbb{R}^2$ ?



Universidad  
Tecnológica  
del Perú

*Sirve para determinar, representar y calcular las magnitudes vectoriales.*

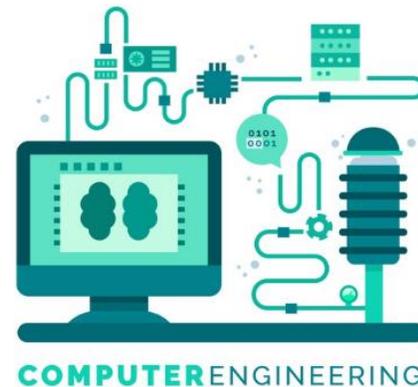
*Se encuentran en el estudio del álgebra lineal, las ecuaciones diferenciales, análisis matemático, cálculo, etc.*

**En la vida cotidiana** representan nuestros movimientos porque tienen Magnitud, dirección y sentido



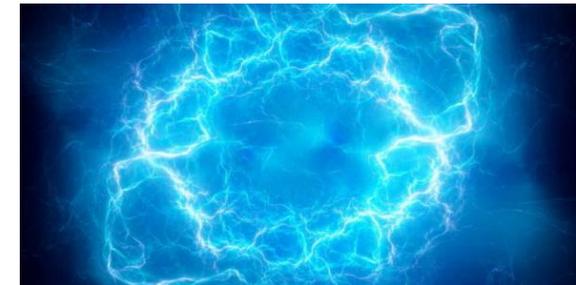
Los vectores permiten representar fuerzas contrapuestas gracias a que señalan la dirección

**En la Programación e informática** pueden ser empleados como contenedores de datos



[https://www.freepik.es/vector-gratis/concepto-ingenieria-informatica\\_5138520.htm](https://www.freepik.es/vector-gratis/concepto-ingenieria-informatica_5138520.htm)

**En la Ingeniería.** Se consideran los campos gravitacionales, campos magnéticos, en la mecánica



<https://concepto.de/vector/>

# LOGRO DE SESIÓN

Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce al Plano Cartesiano como un Plano Vectorial y a los elementos llamados pares ordenados como vectores.



## Vectores en $\mathbb{R}^2$

**VECTORES**

**PLANO  
CARTESIANO**

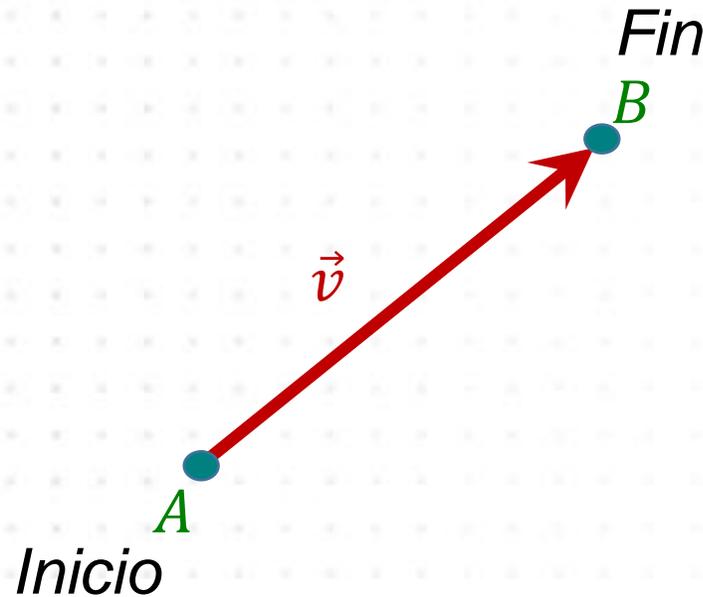


Desaprende lo que te limita

# ¿Qué es un vector?

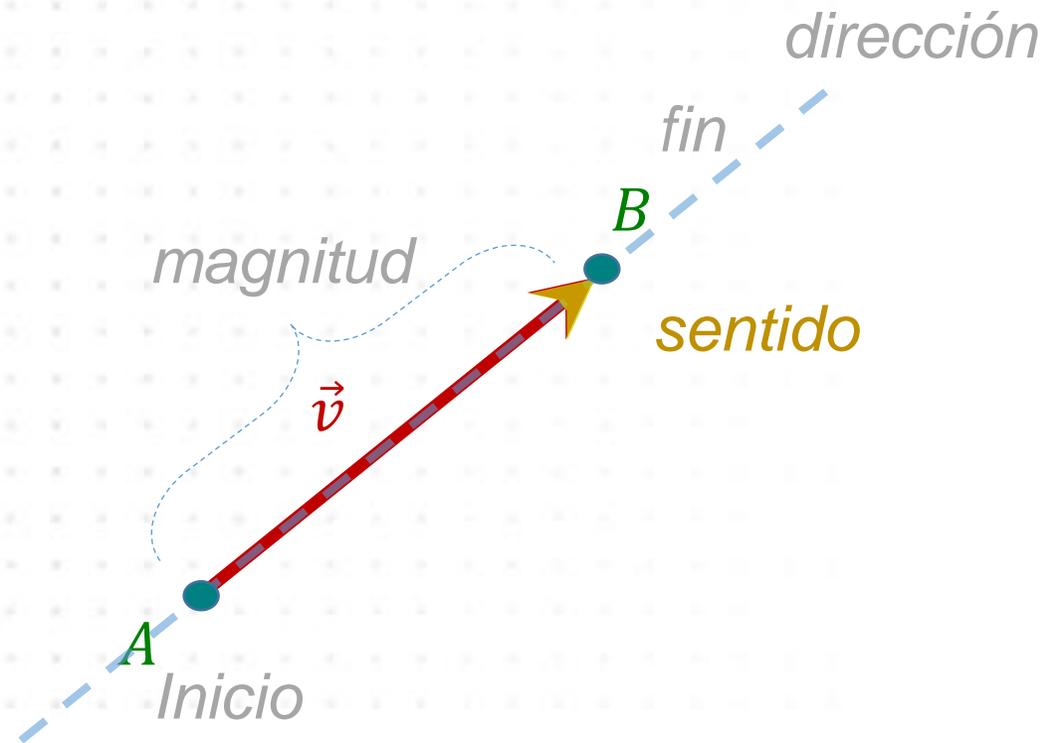
Es un segmento de recta dirigido  $\vec{v} := \overrightarrow{AB}$

Todo vector tiene un número infinito de representaciones geométricas en el plano, todas ellas son paralelas de igual longitud y sentido.



# ¿Cuáles son sus elementos?.

*Magnitud, dirección y sentido*



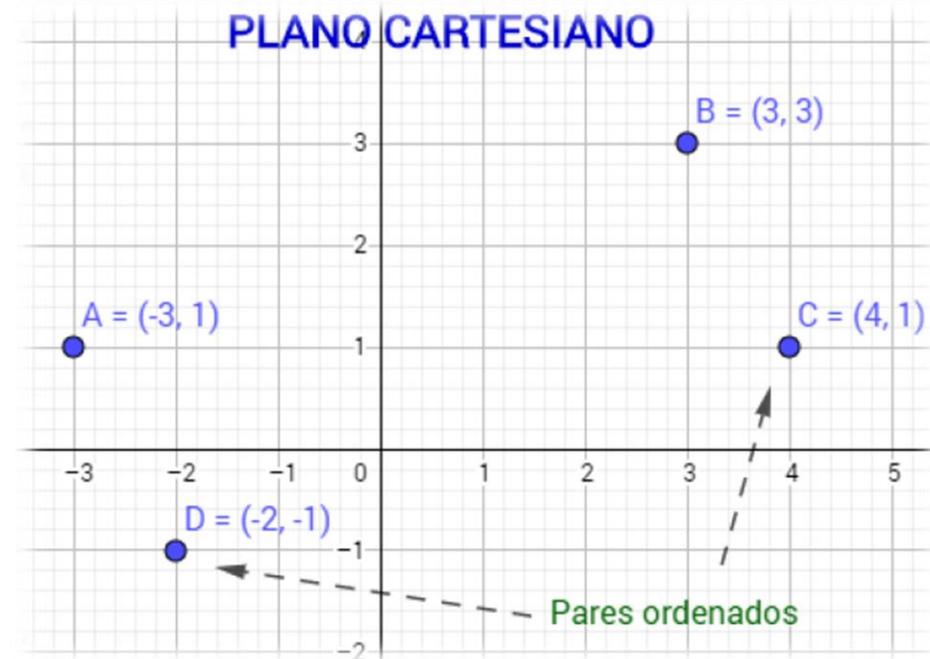
# 1 PRODUCTO CARTESIANO

Sean los conjuntos  $A$  y  $B$ , se llama producto cartesiano  $A \times B$  al conjunto de los pares ordenados  $(a; b)$ , donde  $a$  pertenece al conjunto  $A$  y  $b$  pertenece al conjunto  $B$ , es decir:

$$A \times B = \{(a, b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

**OBSERVA:**

*Todos estos elementos o pares ordenados del producto cartesiano pueden ser representados en el plano de coordenadas cartesianas de ejes  $X$  e  $Y$ .*

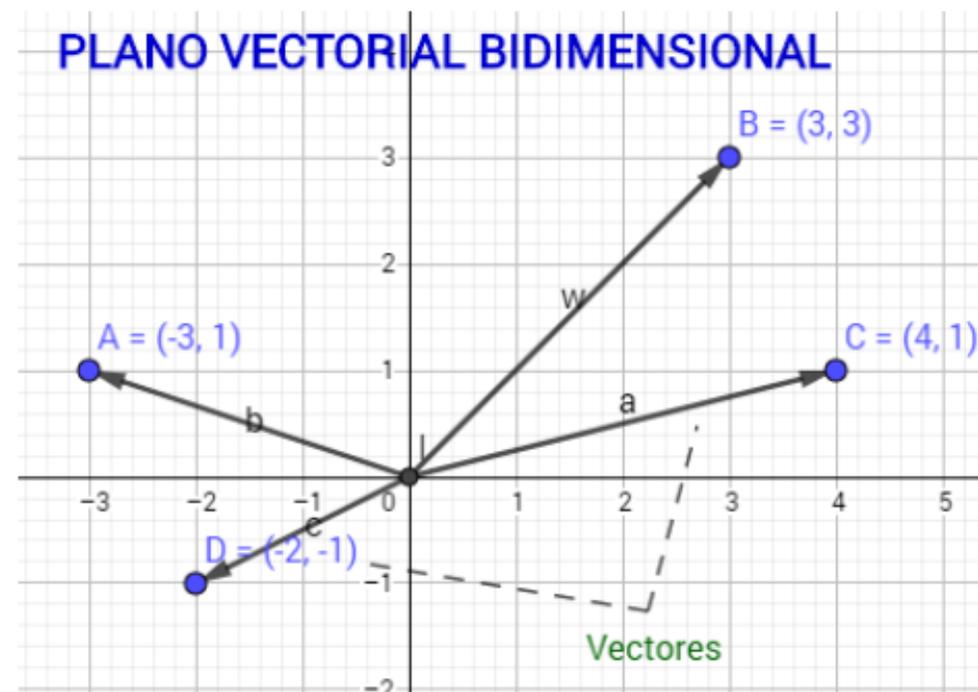


# 2 VECTOR BIDIMENSIONAL

Un vector bidimensional es un par ordenado de números reales  $(x; y)$ , donde “ $x$ ” es llamada la primera componente y “ $y$ ” es llamada la segunda componente.

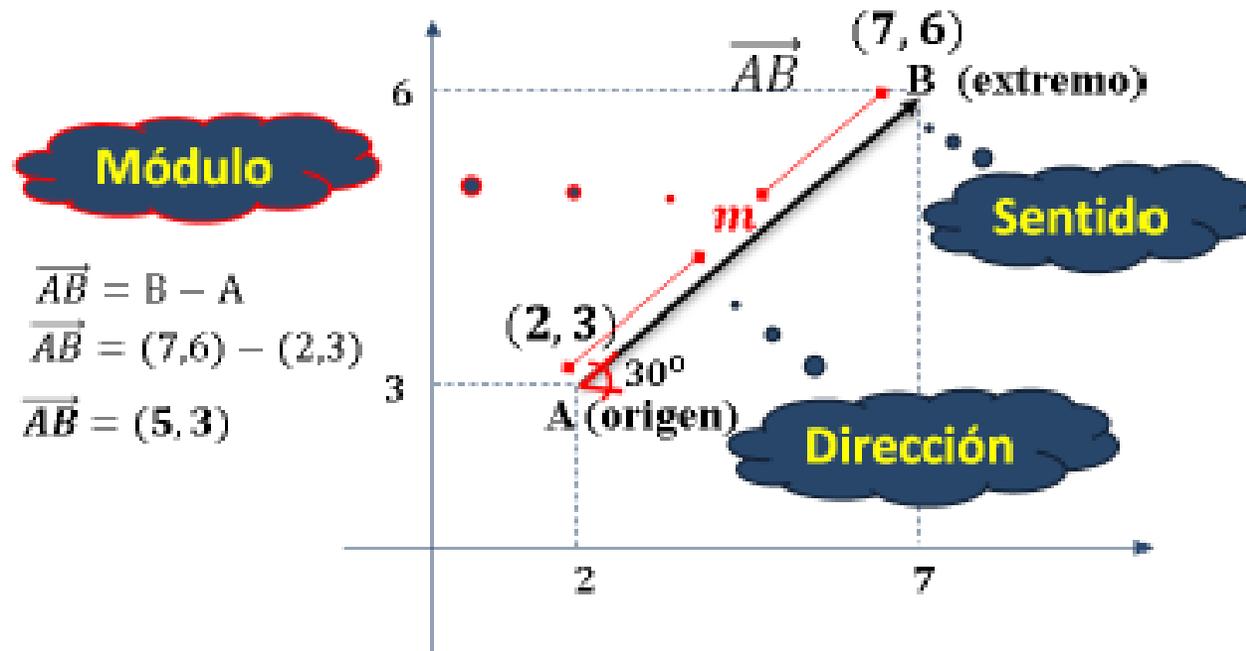
# 3 PLANO VECTORIAL BIDIMENSIONAL

Es el plano cartesiano conformado por diversos pares ordenados, que ahora serán representados como radio vectores o vectores, según sea el caso.



# 4 VECTOR COMO SEGMENTO ORIENTADO

Un vector se representa como un segmento dirigido con origen o punto inicial y un extremo o punto terminal. Así también, todo **vector** presenta una **magnitud**, una **dirección** y un **sentido** y puede estar presente en cualquier parte del plano vectorial.



$\overline{AB} = (5; 3)$ : es un vector del cual se conoce el origen y el final.

$\vec{a} = (-1; 5)$ : es un vector del cual no se conoce ni el origen ni el final.

$a = (3; 5)$ : es un punto en el plano cartesiano. El **radio vector**, es la distancia de un punto al origen de las coordenadas.



# 5 MAGNITUD – NORMA – MÓDULO

La magnitud o *módulo* de un vector  $\vec{v}$  es un número real no negativo asociado a dicho vector y representado por  $\|\vec{v}\|$

$$\vec{v} = (v_1, v_2) \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

# 6 VECTOR UNITARIO

Se llama vector unitario, al vector cuyo módulo es la unidad, es decir:  $\vec{v}$  es un vector unitario si y solo si:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 1$$

**EJEMPLO:**

$$\text{Si } \vec{v} = (3; 4) \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

*Teorema:* Dado un vector  $\vec{v} \neq 0$ , entonces el vector  $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$  es un vector unitario.



# 7 VECTORES CANÓNICOS

Son vectores con **módulo 1**, que están presentes y son **paralelos al eje X** (eje de las abscisas) y **al eje Y** (eje de las ordenadas) y se denotan

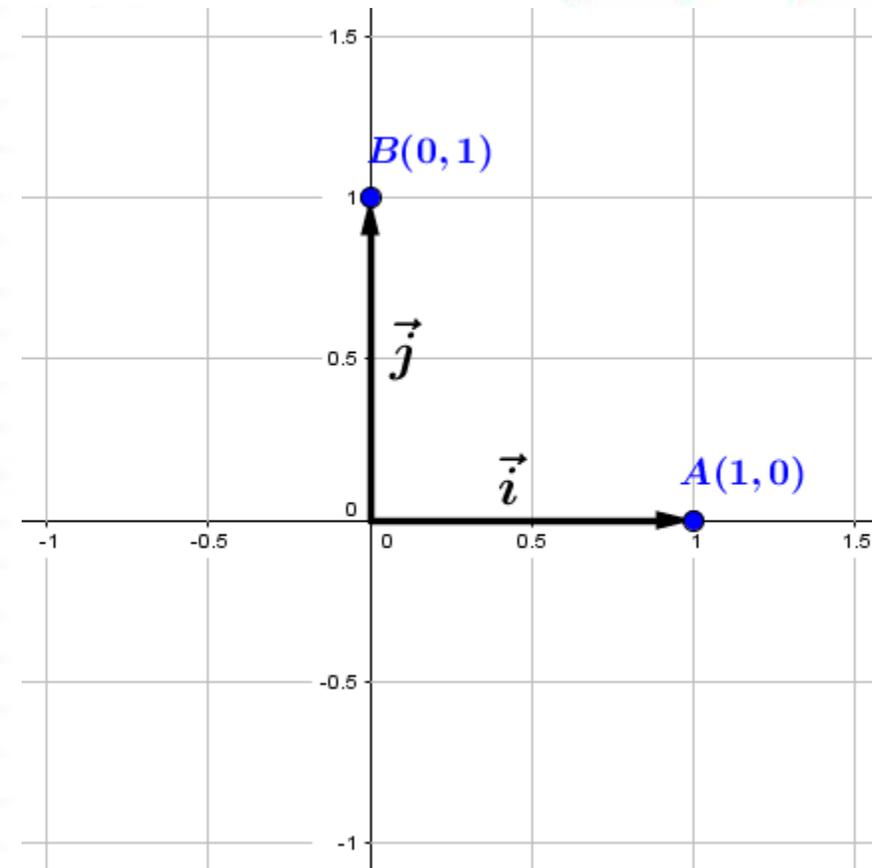
$$\vec{i} = (1; 0) \text{ y } \vec{j} = (0; 1)$$

Entonces cualquier vector  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  se puede representar mediante los vectores canónicos:

$$\vec{a} = (a_1, a_2)$$

$$\vec{a} = a_1(1,0) + a_2(0,1)$$

$$\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$$



# EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Dados los puntos o radio vectores  $P = (1; -8)$ ;  $Q = (-3; 5)$ . Determine el módulo del vector  $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ , su correspondiente vector unitario y exprese el vector y su vector unitario en su forma canónica.

## SOLUCIÓN:

Hallamos  $\vec{v}$ :

$$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (-3; 5) - (1; -8)$$

$$\vec{v} = (-4; 13)$$

Módulo de  $\vec{v} = (-4; 13)$ :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-4)^2 + (13)^2} = \sqrt{185}$$

Vector unitario de  $\vec{v}$ :

$$\vec{u}_v = \left( \frac{-4}{\sqrt{185}}; \frac{13}{\sqrt{185}} \right)$$

Vectores canónicos de  $\vec{v}$  y  $\vec{u}_v$ :

$$\vec{v} = -4(1; 0) + 13(0; 1) = -4\vec{i} + 13\vec{j}$$

$$\vec{u}_v = \frac{-4}{\sqrt{185}}(1; 0) + \frac{13}{\sqrt{185}}(0; 1) = \frac{-4}{\sqrt{185}}\vec{i} + \frac{13}{\sqrt{185}}\vec{j}$$

# EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Determine el o los valores que pueda tomar el vector  $\vec{b} = (b_1 ; b_2 )$ , si se tiene que:

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{5} ; b_1 = b_2 + 1$$

**SOLUCIÓN:**

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$0 = 2b_2^2 + 2b_2 - 4$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$0 = b_2^2 + b_2 - 2$$

$$5 = b_1^2 + b_2^2$$

$$0 = (b_2 + 2)(b_2 - 1)$$

$$5 = (b_2 + 1)^2 + b_2^2$$

$$b_2 = -2 \quad b_2 = 1$$

$$5 = b_2^2 + 2b_2 + 1 + b_2^2$$

$$b_1 = -1 \quad b_1 = 2$$

**RPTA:**  $\vec{b} = (-1, -2)$   $\vec{b} = (2, 1)$



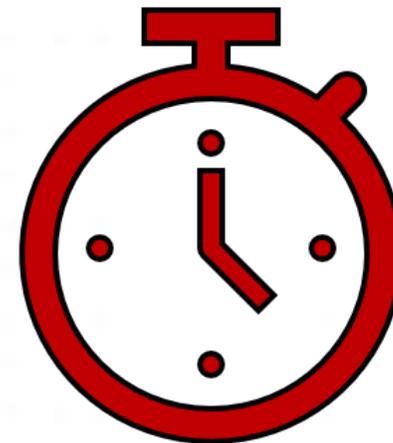
LISTO PARA MIS EJERCICIOS RETOS

# Experiencia Grupal

Desarrollar los ejercicios en equipos



**Equipos de 5 estudiantes**



**Tiempo : 20 min**

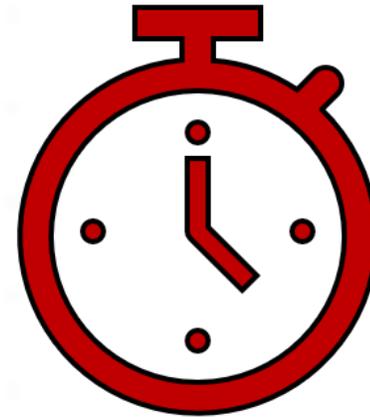
# EJERCICIOS RETOS

1. Si los vértices de un triángulo son:  $A = (3; 2)$ ,  $B = (-5; 12)$  y  $C = (8; 6)$ .  
Compruebe usando vectores si se trata de un triángulo isósceles, equilátero o triángulo rectángulo.
2. Halle la resultante de los siguientes vectores:  $|\vec{a}| = 6$  con ángulo de inclinación  $30^\circ$ ;  $|\vec{b}| = 8$  con ángulo de inclinación  $120^\circ$  y  $|\vec{c}| = 10$  con dirección vertical, hacia arriba.
3. Determina analítica y geoméricamente el vector que inicia en el punto  $P(3,3)$  y termina en el punto  $Q(-2,2)$ , da el vector de igual magnitud y sentido contrario al vector anterior.
4. Se dan los puntos  $A(4,1)$ ;  $B(7,3)$ ;  $C(2,3)$ . Hallar un cuarto punto  $D$  de manera tal que el cuadrilátero que formen  $ABCD$  sea un paralelogramo.
5. Hallar el vector unitario
  - a) en la dirección del vector  $\vec{A} = (8, -10)$
  - b) en la dirección del punto  $A(2, -5)$  al punto  $B(4,3)$ .

# Espacio de Preguntas



Pregunta a través del chat o levantando la mano en el Zoom. Comparte tus dudas de la sesión o de los ejercicios y problemas que acaban de trabajar en los grupos. Si no tienes preguntas el profesor realizará algunas



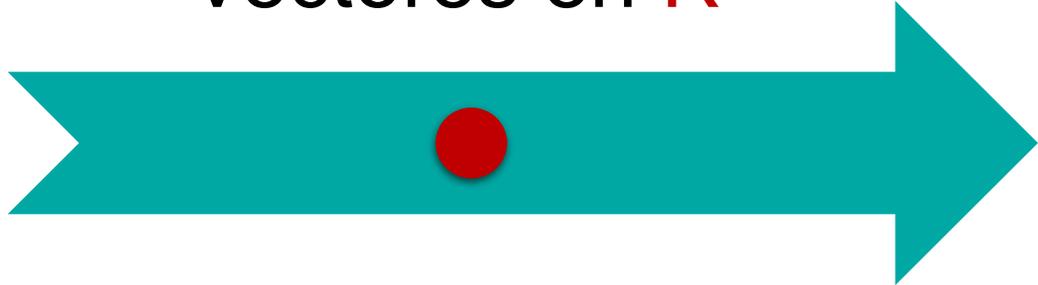
**Tiempo : 10 min**

# Conclusiones

1. Un vector en  $\mathbb{R}^2$  representa una magnitud con dirección y sentido .
2. Si la notación de un vector en  $\mathbb{R}^2$  es un par ordenado entonces es un radio vector.
3. El vector unitario de cualquier vector, tiene la misma dirección y sentido con modulo 1.
4. Cualquier vector se puede representar mediante los vectores canónicos.



Vectores en  $\mathbb{R}^2$



*No logré*



Desaprende lo que te limita

# FINALMENTE



Excelente tu  
participación

No hay nada como un reto  
para sacar lo mejor de  
nosotros.



Ésta sesión quedará  
grabada para tus  
consultas.



PARA TI

1. Sigue practicando, vamos  
tu puedes!! .
2. No olvides que tienes un  
FORO para tus consultas.

Desaprende lo que te limita



**Universidad  
Tecnológica  
del Perú**